
Extremum d'une fonction trinôme du second degré

Sujets

Dans chacun des exercices proposés ci-dessous, déterminez l'extremum de f , sa nature et le nombre pour lequel il est atteint.

Exercice 1 $f : x \mapsto -\frac{9x^2}{8} + \frac{9x}{8} + \frac{27}{32}$.

Exercice 2 $f : x \mapsto -2x^2 + \frac{12x}{7} - \frac{67}{49}$.

Exercice 3 $f : x \mapsto \frac{8x^2}{5} + \frac{32x}{35} - \frac{117}{980}$.

Exercice 4 $f : x \mapsto -\frac{3x^2}{7} - \frac{12x}{35} - \frac{12}{175}$.

Exercice 5 $f : x \mapsto -2x^2 - 4x - \frac{1}{2}$.

Exercice 6 $f : x \mapsto \frac{10x^2}{3} + \frac{10x}{3} - \frac{5}{6}$.

Exercice 7 $f : x \mapsto 2x^2 + 4x + \frac{7}{2}$.

Exercice 8 $f : x \mapsto \frac{6x^2}{5} + \frac{36x}{35} - \frac{1063}{735}$.

Exercice 9 $f : x \mapsto -\frac{5x^2}{4} - \frac{5x}{6} - \frac{5}{36}$.

Exercice 10 $f : x \mapsto x^2 - \frac{x}{5} + \frac{151}{100}$.

Exercice 11 $f : x \mapsto -\frac{9x^2}{4} + \frac{9x}{2} - \frac{31}{20}$.

Exercice 12 $f : x \mapsto x^2 - x + \frac{13}{4}$.

Exercice 13 $f : x \mapsto -\frac{5x^2}{8} + \frac{5x}{12} + \frac{119}{360}$.

Exercice 14 $f : x \mapsto -\frac{10x^2}{7} - \frac{40x}{7} - \frac{73}{14}$.

Exercice 15 $f : x \mapsto \frac{5x^2}{4} - \frac{20x}{9} + \frac{1370}{567}$.

Exercice 16 $f : x \mapsto -\frac{7x^2}{5} - \frac{112x}{45} - \frac{853}{405}$.

Exercice 17 $f : x \mapsto \frac{9x^2}{2} + 10x + \frac{74}{9}$.

Exercice 18 $f : x \mapsto -x^2 - \frac{5x}{2} - \frac{45}{16}$.

Exercice 19 $f : x \mapsto \frac{5x^2}{2} - \frac{35x}{2} + \frac{241}{8}$.

Exercice 20 $f : x \mapsto x^2 + \frac{12x}{7} + \frac{415}{98}$.

Solutions

Solution 1 La fonction $f : x \mapsto -\frac{9x^2}{8} + \frac{9x}{8} + \frac{27}{32} = \frac{9}{8} - \frac{9}{8} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ admet un maximum égal à $\frac{9}{8}$ et celui-ci est atteint en $\frac{1}{2}$.

Solution 2 La fonction $f : x \mapsto -2x^2 + \frac{12x}{7} - \frac{67}{49} = -2 \left(x - \frac{3}{7}\right)^2 - 1$ admet un maximum égal à -1 et celui-ci est atteint en $\frac{3}{7}$.

Solution 3 La fonction $f : x \mapsto \frac{8x^2}{5} + \frac{32x}{35} - \frac{117}{980} = \frac{8}{5} \left(x + \frac{2}{7}\right)^2 - \frac{1}{4}$ admet un minimum égal à $-\frac{1}{4}$ et celui-ci est atteint en $-\frac{2}{7}$.

Solution 4 La fonction $f : x \mapsto -\frac{3x^2}{7} - \frac{12x}{35} - \frac{12}{175} = -\frac{3}{7} \left(x + \frac{2}{5}\right)^2$ admet un maximum égal à 0 et celui-ci est atteint en $-\frac{2}{5}$.

Solution 5 La fonction $f : x \mapsto -2x^2 - 4x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - 2(x + 1)^2$ admet un maximum égal à $\frac{3}{2}$ et celui-ci est atteint en -1 .

Solution 6 La fonction $f : x \mapsto \frac{10x^2}{3} + \frac{10x}{3} - \frac{5}{6} = \frac{10}{3} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{3}$ admet un minimum égal à $-\frac{5}{3}$ et celui-ci est atteint en $-\frac{1}{2}$.

Solution 7 La fonction $f : x \mapsto 2x^2 + 4x + \frac{7}{2} = 2(x + 1)^2 + \frac{3}{2}$ admet un minimum égal à $\frac{3}{2}$ et celui-ci est atteint en -1 .

Solution 8 La fonction $f : x \mapsto \frac{6x^2}{5} + \frac{36x}{35} - \frac{1063}{735} = \frac{6}{5} \left(x + \frac{3}{7}\right)^2 - \frac{5}{3}$ admet un minimum égal à $-\frac{5}{3}$ et celui-ci est atteint en $-\frac{3}{7}$.

Solution 9 La fonction $f : x \mapsto -\frac{5x^2}{4} - \frac{5x}{6} - \frac{5}{36} = -\frac{5}{4} \left(x + \frac{1}{3}\right)^2$ admet un maximum égal à 0 et celui-ci est atteint en $-\frac{1}{3}$.

Solution 10 La fonction $f : x \mapsto x^2 - \frac{x}{5} + \frac{151}{100} = \left(x - \frac{1}{10}\right)^2 + \frac{3}{2}$ admet un minimum égal à $\frac{3}{2}$ et celui-ci est atteint en $\frac{1}{10}$.

Solution 11 La fonction $f : x \mapsto -\frac{9x^2}{4} + \frac{9x}{2} - \frac{31}{20} = \frac{7}{10} - \frac{9}{4}(x - 1)^2$ admet un maximum égal à $\frac{7}{10}$ et celui-ci est atteint en 1 .

Solution 12 La fonction $f : x \mapsto x^2 - x + \frac{13}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3$ admet un minimum égal à 3 et celui-ci est atteint en $\frac{1}{2}$.

Solution 13 La fonction $f : x \mapsto -\frac{5x^2}{8} + \frac{5x}{12} + \frac{119}{360} = \frac{2}{5} - \frac{5}{8} \left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ admet un maximum égal à $\frac{2}{5}$ et celui-ci est atteint en $\frac{1}{3}$.

Solution 14 La fonction $f : x \mapsto -\frac{10x^2}{7} - \frac{40x}{7} - \frac{73}{14} = \frac{1}{2} - \frac{10}{7}(x + 2)^2$ admet un maximum égal à $\frac{1}{2}$ et celui-ci est atteint en -2 .

Solution 15 La fonction $f : x \mapsto \frac{5x^2}{4} - \frac{20x}{9} + \frac{1370}{567} = \frac{5}{4} \left(x - \frac{8}{9}\right)^2 + \frac{10}{7}$ admet un minimum égal à $\frac{10}{7}$ et celui-ci est atteint en $\frac{8}{9}$.

Solution 16 La fonction $f : x \mapsto -\frac{7x^2}{5} - \frac{112x}{45} - \frac{853}{405} = -\frac{7}{5} \left(x + \frac{8}{9}\right)^2 - 1$ admet un maximum égal à -1 et celui-ci est atteint en $-\frac{8}{9}$.

Solution 17 La fonction $f : x \mapsto \frac{9x^2}{2} + 10x + \frac{74}{9} = \frac{9}{2} \left(x + \frac{10}{9}\right)^2 + \frac{8}{3}$ admet un minimum égal à $\frac{8}{3}$ et celui-ci est atteint en $-\frac{10}{9}$.

Solution 18 La fonction $f : x \mapsto -x^2 - \frac{5x}{2} - \frac{45}{16} = -\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{5}{4}$ admet un maximum égal à $-\frac{5}{4}$ et celui-ci est atteint en $-\frac{5}{4}$.

Solution 19 La fonction $f : x \mapsto \frac{5x^2}{2} - \frac{35x}{2} + \frac{241}{8} = \frac{5}{2} \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$ admet un minimum égal à $-\frac{1}{2}$ et celui-ci est atteint en $\frac{7}{2}$.

Solution 20 La fonction $f : x \mapsto x^2 + \frac{12x}{7} + \frac{415}{98} = \left(x + \frac{6}{7}\right)^2 + \frac{7}{2}$ admet un minimum égal à $\frac{7}{2}$ et celui-ci est atteint en $-\frac{6}{7}$.