Suites auxiliaires et problèmes de synthèse

1) La suite (u_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{1+u_n^2} \end{cases}$

Démontrer que la suite (v_n) définie par $v_n = u_n^2$ est arithmétique.
Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n^2$ donc $v_{n+1} = u_{n+1}^2$

$v_{n+1} = \left(\sqrt{1+u_n}\right)^2 = 1 + u_n^2 = 1 + v_n$

on a pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n + 1$ donc (v_n) est une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme $v_0 = u_0^2 = 0^2 = 0$.

$v_n = v_0 + nr$ donc $\underline{v_n = n}$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \geq 0$

donc $v_n = u_n^2 \iff u_n = \sqrt{v_n}$

$\underline{u_n = \sqrt{n}}$.

---

2) La suite (u_n) est définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+2u_n} \end{cases}$. On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.

a) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

b) La suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = \frac{1}{u_n} + 1$.
Conjecturer la nature de la suite (v_n) et démontrer ce résultat.

c) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

---

a) $u_0 = \frac{1}{2}$; $u_1 = \dfrac{u_0}{1+2u_0} = \dfrac{1/2}{1+2\times\frac{1}{2}} = \dfrac{1/2}{2} = \dfrac{1}{4}$;

$u_1 = \dfrac{u_1}{1+2u_1} = \dfrac{1/4}{1+2\times\frac{1}{4}} = \dfrac{1/4}{1+\frac{1}{2}} = \dfrac{1/4}{3/2} = \dfrac{1}{4}\times\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{6}$

b) $v_0 = 1 + \dfrac{1}{u_0} = 1 + \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 1+2 = 3$

$v_1 = 1 + \dfrac{1}{u_1} = 1 + \dfrac{1}{\frac{1}{4}} = 1+4 = 5$

$v_2 = 1 + \dfrac{1}{u_2} = 1 + \dfrac{1}{\frac{1}{6}} = 1+6 = 7$

Il semble que (v_n) soit arithmétique de raison 2.
Démontrons-le :

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 1 + \frac{1}{u_n}$ et donc $v_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_{n+1}}$

$v_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{\frac{u_n}{1+2u_n}} = 1 + \dfrac{1+2u_n}{u_n} = 1 + \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{2u_n}{u_n}$

$v_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{u_n} + 1 = 2 + \dfrac{1}{u_n} = 2 + v_n$

ainsi $v_{n+1} = v_n + 2$, ce qui démontre que (v_n) est bien arithmétique de raison 2 et de premier terme $v_0 = 3$.

$v_n = 3 + 2n$

$v_n = \dfrac{1}{u_n} + 1$. Remplaçons v_n par son expression.

$3 + 2n = \dfrac{1}{u_n} + 1 \iff \dfrac{1}{u_n} = 3 + 2n - 1$

soit $\dfrac{1}{u_n} = 2 + 2n$

et donc $\underline{u_n = \dfrac{1}{2+2n}}$.

---

3) La suite (u_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{4} \end{cases}$

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - \frac{1}{2}$.
Prouver que (v_n) est géométrique.
Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - \frac{1}{2}$ implique $v_{n+1} = u_{n+1} - \frac{1}{2}$. Injectons l'expression de récurrence de la suite (u_n)

$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{1}{4}$

Inversons la formule de la suite auxiliaire.

$V_n = u_n - \frac{1}{2} \iff V_n + \frac{1}{2} = u_n$

Remplaçons u_n par son expression dans l'égalité

$V_{n+1} = \frac{1}{2} u_n - \frac{1}{4}$

$V_{n+1} = \frac{1}{2}\left(V_n + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4}$

$V_{n+1} = \frac{1}{2} V_n + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$

$V_{n+1} = \frac{1}{2} V_n$. Donc la suite (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $V_0 = u_0 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

donc $V_n = V_0 \times q^n$ et ainsi $V_n = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$.

Utilisons la formule de la suite auxilliaire inversée pour exprimer u_n en fonction de n.

$u_n = V_n + \frac{1}{2}$. Ainsi $u_n = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

4) Mêmes questions que l'exercice précédent

avec $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{4} + 3 \end{cases}$ et $V_n = u_n - 4$

$V_{n+1} = u_{n+1} - 4$ Formule de la suite auxilliaire au rang $n+1$

$V_{n+1} = \left(\frac{u_n}{4} + 3\right) - 4$ Utilisation de la formule de récurrence.

$V_{n+1} = \frac{u_n}{4} - 1$ [I]

$V_n = u_n - 4 \iff V_n + 4 = u_n$ Inversion de la formule de la suite auxilliaire

$V_{n+1} = \frac{V_n + 4}{4} - 1 = \frac{V_n}{4} + 1 - 1 = \frac{V_n}{4}$ Utilisation de l'égalité précédente dans [I]

La suite (V_n) est donc géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et de premier terme $V_0 = u_0 - 4 = 3 - 4 = -1$

donc $V_n = (-1) \times \left(\frac{1}{4}\right)^n = -\left(\frac{1}{4}\right)^n$

or $u_n = V_n + 4$ Formule de la suite auxilliaire inversée.

donc $u_n = -\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$.

5) En économie

Un employeur propose deux plans de rémunération à un nouveau salarié. Le salaire sera de 1900 € au départ avec 2 options possibles :

A. chaque année, une augmentation de 100 €

B. chaque année, un augmentation de 4%

quelle est l'option la plus interessante au bout d'un an ? Cette option reste-t-elle interessante quelque soit l'ancienneté ?

Le salaire au bout d'un an est :

A : $1900 + 100 = 2000$ €

B : $1900 \times 1,04 = 1976$ €

Au bout d'un an, la formule A est la plus avantageuse.

Notons (a_n) et (b_n) les suites des salaires mensuels respectivement avec les formules A et B, où n est le nombre d'années d'ancienneté.

- (a_n) est la suite arithmétique de raison 100 et de premier terme $a_0 = 1900$.
  Donc $a_n = 1900 + 100n$
- (b_n) est la suite géométrique de raison 1,04 et de premier terme $b_0 = 1900$
  Donc $b_n = 1900 \times 1,04^n$

Comparons ces deux suites à la calculatrice.

Nous constatons qu'au rang 15,

$u_{15} = 3400$ et $v_{15} \simeq 3421,79$

C'est à partir de la 15ème année que la formule B devient plus avantageuse.

6) En biologie

Un biologiste souhaite étudier l'évolution d'une population de bactéries. Il a effectué les relevés suivants :

- 10h00 : 1000
- 10h20 : 2100
- 10h40 : 4000
- 11h00 : 7900
- 11h20 : 16000

a) On note p_0 la population à 10h00, p_1 la population à 10h20 et ainsi de suite.

Comment sont notées les populations à 12h00 ? à 14h00 ?

b) Pour pouvoir faire des prévisions, le biologiste doit modéliser l'évolution. En remarquant que celle-ci est assez régulière, proposer une modélisation de cette évolution et exprimer p_n en fonction de n.

c) Utiliser cette modélisation pour prévoir la population à 20h00.

a) p_6 à 12h00 et p_{12} à 14h00

b) La modélisation de la population de bactéries n'est pas pertinente car les différences ne sont pas du tout constantes.

Par contre nous constatons que les quotients de populations consécutives sont très proches de 2.

En effet : $\frac{2100}{1000} = 2,1$; $\frac{4000}{2100} \simeq 1,9$; $\frac{7900}{4000} \simeq 1,975$; $\frac{16000}{7900} \simeq 2$

On peut donc penser à la modélisation de l'évolution de la population de bactéries par une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $p_0 = 1000$.

ainsi $p_n = p_0 \times q^n$ et donc $p_n = 1000 \times 2^n$

c) Après 20h00, l'indice est 60. La population de bactéries est donc de $P_{60} = 1000 \times 2^{60}$

soit environ $1,153 \cdot 10^{21}$ individus ....

et donc 1153 milliards de milliards de bactéries !

7) Isolation phonique

Une plaque d'isolant phonique absorbe 45% du son qui la traverse. Combien doit-on superposer de plaques pour que l'intensité du son soit inférieure à 1% de sa valeur initiale ?

Notons I_0 l'intensité initiale et I_n l'intensité après le passage de la $n^{ième}$ plaque.

Nous avons la relation $I_{n+1} = 0,55 I_n$.

(I_n) est donc une suite géométrique de raison 0,55 et de premier terme I_0.

$I_n = I_0 \times 0,55^n$

Nous souhaitons que $I_n \leqslant \frac{1}{100} I_0$

donc $I_0 \times 0,55^n \leqslant 0,01 I_0$

Soit $0,55^n \leqslant 0,01$

La calculatrice indique $n \geqslant 4$

Il faut donc superposer au minimum 4 plaques.

8)

L'uranium 234 est un corps radioactif qui se désintègre en thorium 230, en émettant des particules α.
Le taux d'atomes d'uranium 234 désintégrés en thorium 230 est de 0,0276% par siècle. On appelle «demi-vie» d'un corps radioactif le temps nécessaire à la désintégration de la moitié de ses atomes.

a) Justifiez que déterminer la demi-vie de l'uranium 234 revient à déterminer l'entier naturel *n* à partir duquel $0,999724^n \leqslant 0,5$. Utilisez la calculatrice ou le tableur pour résoudre ce problème.

b) Le thorium 230 est lui-même instable et se désintègre en radium 226. Sa demi-vie est de 76000 ans. À l'aide de la calculatrice (ou d'un tableur), déterminez le taux d'atomes de thorium 230 désintégrés par siècle.

c) Que devient le thorium 230 après 152000 ans ?

a) Notons N_0, le nombre d'atomes initial d'uranium 234 et N_n le nombre d'atomes d'uranium après n siècles.
Le taux de désintégration par siècle est de 0,0276 % par siècle.
La suite (N_n) est donc géométrique de raison $\left(1 - \frac{0,0276}{100}\right)$ et de premier terme N_0.

Ainsi $N_n = 0,99724^n \times N_0$.

Rechercher la période de demi-vie, c'est à dire le nombre de siècles à partir duquel la moitié des atomes d'uranium ont été désintégrés, revient à résoudre l'inéquation $N_n \leqslant 0,5 N_0$

soit $0,99724^n N_0 \leqslant 0,5 N_0$

et donc en simplifiant par N_0

$$0,99724^n \leqslant 0,5$$

Tabulons à la calculatrice.

Il faut entrer par essais-erreurs différentes valeurs de n dans la colonne de gauche du tableau afin de trouver la plus petite valeur de n qui convient :

$n = 266 \quad 0,99724^n \simeq 0,5003$

$n = 267 \quad 0,99724^n \simeq 0,499$

La période de 1/2 vie de l'uranium 234 est donc de 267 siècles.

b) Avec le même raisonnement que

Pour la période de $\frac{1}{2}$ vie, nous avons l'inéquation :

$$q^{760} = 0,5$$

où q est le taux d'atomes restants.
Nous cherchons donc t tel que $q = 1 - t$.
Une recherche à la calculatrice (tabulation pour $x \in [0;1]$ de $f(x) = x^{760}$, x étant assez proche de 1)

$x = 0,99908$ $\quad x^{760} \simeq 0,4968$

$x = 0,99909$ $\quad x^{760} \simeq 0,5006$

$x = 1 - t$ donc $0,99909 = 1 - t$ soit
$t = 1 - 0,99909 = 0,00091$

Le taux de disintégration du thorium 230 par siècle est donc de $0,091\%$

c) Après 152000 ans, soit 1520 siècles

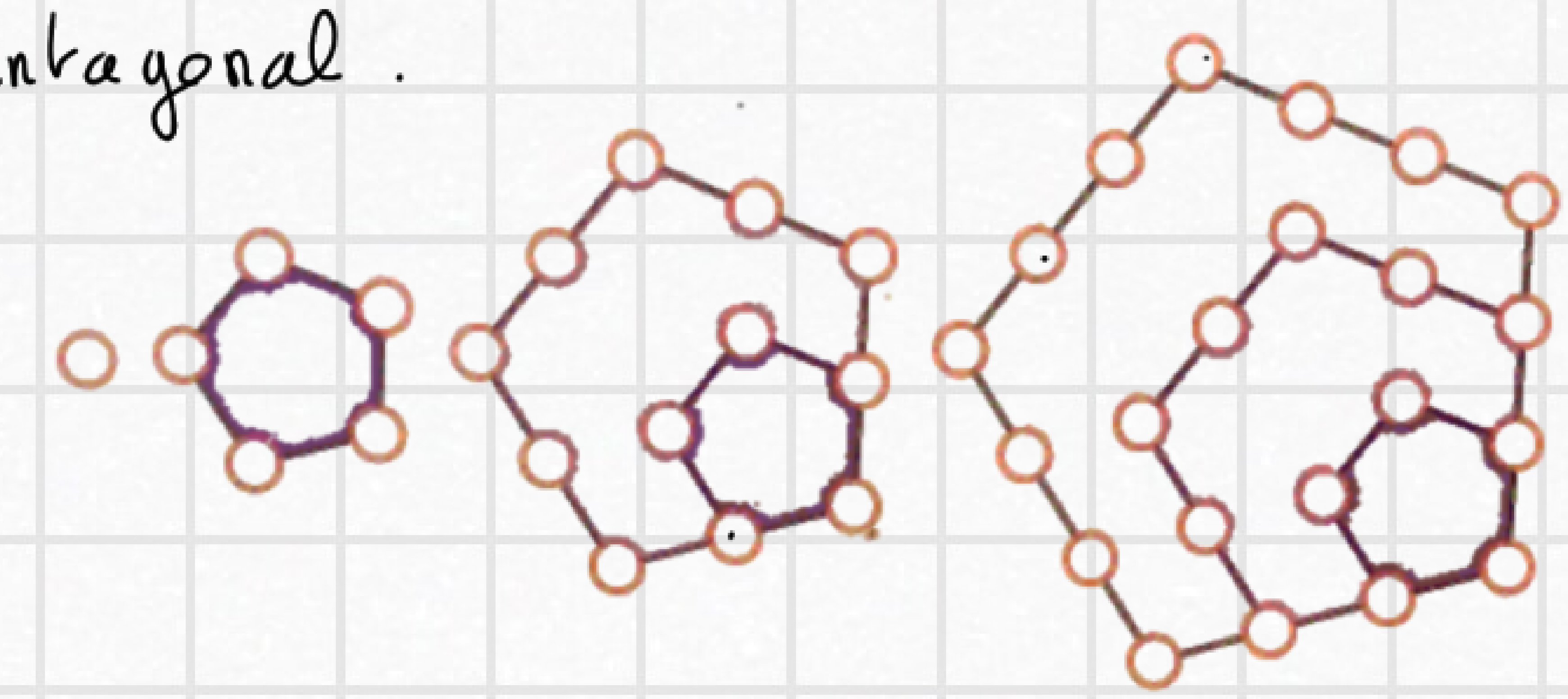
$0,99909^{1520} \simeq 0,25$

Il reste donc 25% d'atomes de Thorium non désintégré. Ce qui est logique puisque 50% disparaissent en 76000 ans et encore la moitié de ce qui reste (50%) donc 25% dans les 76000 ans suivants, ce qui fait 152000 ans.

---

9) On construit une succession de de pentagones emboîtés P_1, P_2, P_3, P_4 comme ci-après. Les nombres de points de chaque figure sont appelés nombres pentagonaux.

On notera u_n, le $n^{\text{ième}}$ nombre pentagonal.



$u_1 = 1$ $\quad u_2 = 5$ $\quad u_3 = 12$ $\quad u_4 = 22$

1. a. Combien y a-t-il de points sur un côté de P_n ?
b. En déduire que $u_{n+1} = u_n + 3n + 1$.
2. On pose $v_n = u_{n+1} - u_n$.
a. Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
b. En déduire $v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$, en fonction de n.
c. Exprimer $v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$ en fonction de u_n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n.

1a) Sur un coté de P_n il y a n points points

1b)
- $$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 4 \\ u_3 = u_2 + 7 \\ u_4 = u_3 + 10 \\ \vdots \\ u_{n+1} = u_n + \underbrace{3n+1}_{} \end{cases} \quad +3,\ +3,\ +3$$

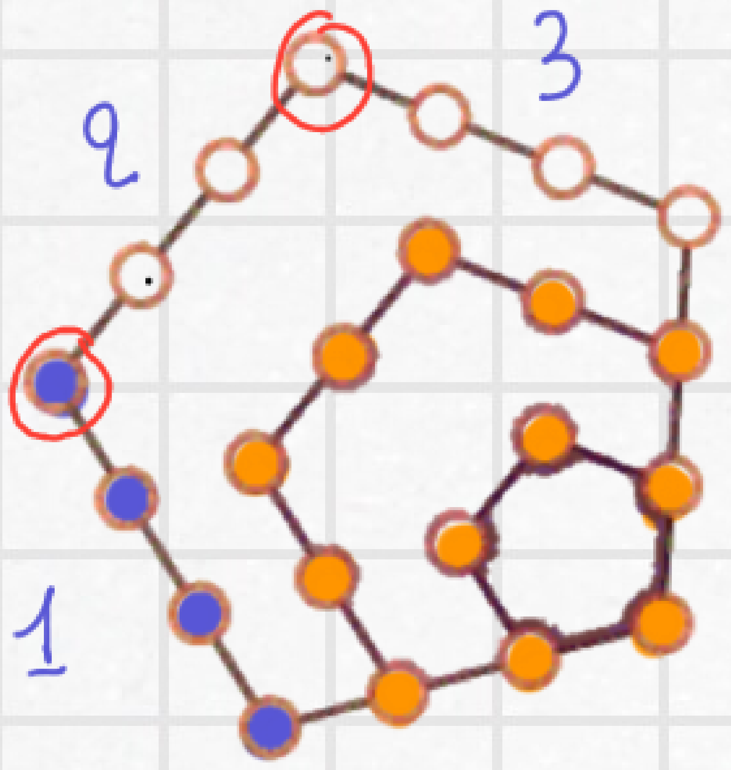
Termes d'une suite arithmétique de raison 3

- Nous pouvons aussi raisonner sur le fait que l'on ajoute à chaque étapes le nombres de points arrosés à 3 cotés du pentagone.

$$u_{n+1} = \underbrace{u_n}_{\text{Nombre pentagonal précédent}} + \underbrace{3(n+1)}_{\text{3 cotés à } n+1 \text{ points}} - \underbrace{2}_{\text{points comptés 2 fois}}$$

d'où

$$u_{n+1} = u_n + 3n + 1$$



$u_4 = u_3 + 3\times 4 - 2$

$\vdots$

$u_{n+1} = u_n + 3(n+1) - 2$

$u_{n+1} = u_n + 3n + 1$

2) a) Avec la conjecture de la question précédente nous avons vu que l'on ajoutait les termes $3n+1$, ceux d'une suite arithmétique de raison 3.

$$u_{n+1} = u_n + 3n+1 \iff u_{n+1} - u_n = 3n+1$$

b) Posons $V_n = u_{n+1} - u_n$ donc

$$V_n = 3n+1$$

Ainsi $V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$ est la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme $V_1 = 4$ et de dernier terme $V_{n-1} = 3(n-1)+1 = 3n-2$.

Il y a $n-1$ termes dans cette somme donc :

$$V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1} = (n-1)\times\frac{4+3n-2}{2}$$

$$= \frac{(n-1)(3n+2)}{2}$$

c) $V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1} = (u_2 - u_1) + (u_3 - u_2) + \dots + (u_{n-1} - u_{n-2}) + (u_n - u_{n-1})$

Cette somme est dite "télescopique", c'est à dire que les termes s'annulent presque tous sauf le "$-u_1$" au départ et u_{n+1} à la fin de la somme.

On a donc $-u_1 + u_n = \dfrac{(n-1)(3n+2)}{2}$

or $u_1 = 1$ donc

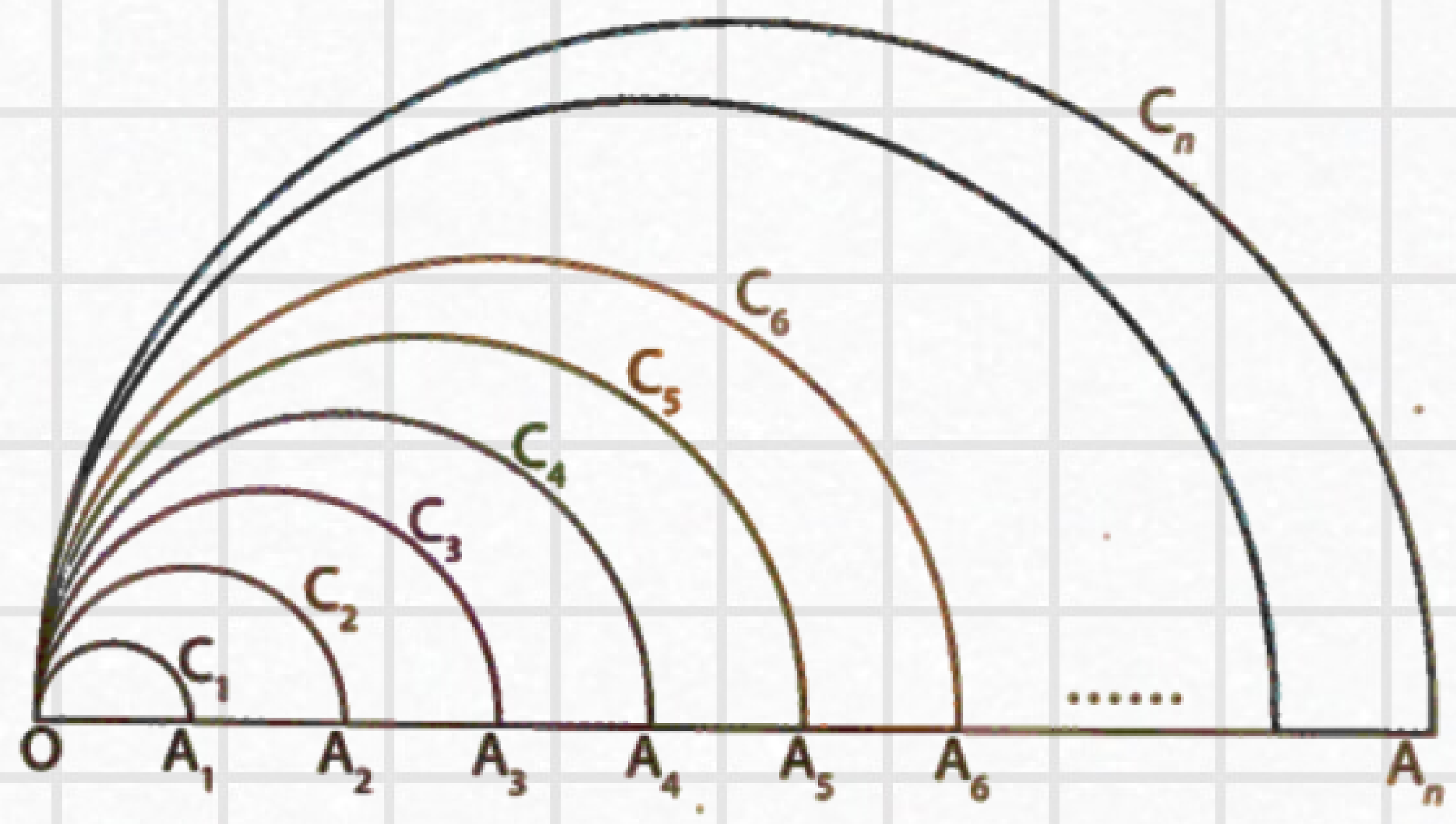
$$u_n = \frac{(n-1)(3n+2)}{2} + 1$$

$$u_n = \frac{3n^2 + 2n - 3n - 2 + 2}{2}$$

$$u_n = \frac{3n^2 - n}{2} \quad \text{donc } u_n = \frac{n(3n-1)}{2}$$

---

10) On construit comme ci-dessous des demi-cercles C_k de diamètres respectifs $[OA_k]$ ($k \geqslant 1$).
On suppose que $OA_1 = 1$ et que les diamètres forment une suite arithmétique de raison 1.



1a) Exprimer la longueur L_k du demi-cercle C_k en fonction de k.

b) Déterminer la nature de cette suite.

2. S_k désigne l'aire de la partie colorée comprise entre C_{k-1} et C_k (S_1 est l'aire du demi-disque de diamètre $[OA_1]$)
a. Calculer S_1, S_2, S_3.
b. Exprimer S_k en fonction de k.
c. Déterminer la nature de la suite (S_k), $k \geqslant 1$.
3. Calculer $S_1 + S_2 + S_3 + \dots S_n$ de deux façons différentes.

---

1) a) La longueur d'un cercle de rayon r est de $2\pi r$. Un demi-cercle a donc pour longueur πr. Les cercles C_k ont pour diamètre k donc pour rayon $\frac{k}{2}$.

Ainsi $L_k = \pi\left(\frac{k}{2}\right) = \frac{k\pi}{2}$.

1b) $L_{k+1} - L_k = \pi\left(\frac{k+1}{2}\right) - \frac{\pi k}{2} = \frac{\pi k}{2} + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi k}{2}$
$= \frac{\pi}{2}$.

(L_k) est donc une suite arithmétique de raison $\frac{\pi}{2}$.

2) a) S_1 est l'aire du demi-disque de rayon 1 donc $S_1 = \frac{1}{2}\left(\pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = \frac{\pi}{8}$

(Rappel : l'aire d'un disque de rayon r est πr^2

$$S_2 = \frac{1}{2}\pi \times 1^2 - S_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8}$$

$$S_3 = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 - S_2 = \frac{9\pi}{8} - \frac{3\pi}{5} = \frac{5\pi}{8}$$

b) $$S_k = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{k}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{k-1}{2}\right)^2$$

$$S_k = \frac{1}{2}\pi\left[\frac{k^2}{4} - \left(\frac{k^2 - 2k + 1}{4}\right)\right]$$

$$S_k = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{k^2}{4} - \frac{k^2}{4} + \frac{2k}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{\pi(2k-1)}{8}$$

c) $S_k = \frac{2\pi}{8}k - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{4}k - \frac{\pi}{8}$. La suite (S_k) est définie par $S_k = ak + b$ avec $a = \frac{\pi}{4}$ donc $(S_k)_{k\geq 1}$ est une suite arithmétique de raison $\frac{\pi}{4}$.

3) on peut calculer $S_1 + S_2 + \dots + S_n$ comme la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique ou bien comme l'aire d'un demi-disque.

$$S_1 + \dots + S_n = n \times \left(\frac{\frac{\pi}{8} + \frac{\pi(2n-1)}{8}}{2}\right)$$

$$= \frac{n}{2} \times \left(\frac{\pi}{8} + n\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8}\right) = \frac{\pi n^2}{8}$$

Nous pouvons aussi considérer cette somme comme l'aire d'un demi-disque de rayon $\frac{n}{2}$ ainsi $S_1 + S_2 + \dots + S_n = \frac{1}{2} \times \pi\left(\frac{n}{2}\right)^2 = \frac{\pi n^2}{8}$.

Ce qui est identique au résultat précédent.

---

11) Soit $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = u_n + n + 1$ pour tout $n \geqslant 0$.

1. a. Calculer les cinq premiers termes de cette suite.

b. Cette suite est-elle arithmétique ? Géométrique ?

2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_{n+1} - u_n$.

a. Calculer les 4 premiers termes de (v_n).

b. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique.

3. a. Calculer $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ en fonction de n.

b. Exprimer $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ en fonction de u_n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n.

1a) $n = 0$: $u_1 = u_0 + 0 + 1 = -1 + 0 + 1 = 0$
$n = 1$: $u_2 = u_1 + 1 + 1 = 0 + 1 + 1 = 2$
$n = 2$: $u_3 = u_2 + 2 + 1 = 2 + 2 + 1 = 5$
$n = 3$: $u_4 = u_3 + 3 + 1 = 5 + 3 + 1 = 9$.

b) $u_1 - u_0 = 1$ et $u_2 - u_1 = 2$ donc (u_n) n'est pas arithmétique.
$u_0 = -1$ et $u_1 = 0$ donc (u_n) n'est pas géométrique (sinon tous les termes seraient nuls)

2) a) $v_n = u_{n+1} - u_n$
$v_0 = u_1 - u_0 = 0 - (-1) = 1$
$v_1 = u_2 - u_1 = 2 - 0 = 2$
$v_2 = u_3 - u_2 = 5 - 2 = 3$
$v_3 = u_4 - u_3 = 9 - 5 = 4$
Il semble que $v_n = n + 1$.

b) $v_n = u_{n+1} - u_n$ or $u_{n+1} = u_n + n + 1$
donc $v_n = u_n + n + 1 - u_n = n + 1$
(v_n) est donc une suite arithmétique de raison 1 et de premier terme $v_0 = 1$

3a) $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1} = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

est la somme des n premiers entiers naturels

donc $v_0 + v_1 + \dots + v_n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ d'après le cours.

b) $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1} =$

$(u_1 - u_0) + (u_2 - u_1) + \dots + (u_n - u_{n-1}) =$

$\cancel{u_1} - u_0 + \cancel{u_2} - \cancel{u_1} - \cancel{u_2} + \cancel{\dots} + \cancel{u_{n-2}} - \cancel{u_{n-1}} + u_n - \cancel{u_{n-1}} =$

$-u_0 + u_n = -(-1) + u_n = 1 + u_n$

ainsi $1 + u_n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

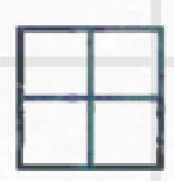
et $\underline{u_n = \dfrac{n(n+1)}{2} - 1}$

Vérification : $u_3 = \dfrac{3(4)}{2} - 1 = 6 - 1 = \underline{\underline{5}}$

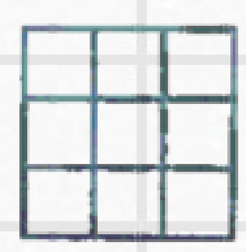
[illegible] TICE WWW ALGO

On nomme c_n le nombre de carrés figurant sur un quadrillage de côté n ($n \geqslant 1$).

Quadrillage de côté 2



Quadrillage de côté 3



1. Déterminer c_1, c_2. Vérifier que $c_3 = 14$.

2. Soit $n \geqslant 1$.

a. Combien de carrés de côté 1 le quadrillage de côté $n + 1$ comporte-t-il de plus que le quadrillage de côté n ? Et de carrés de côtés 2 ? De carrés de côté $p (1 \leqslant p \leqslant n)$? De carrés de côté $n + 1$?

b. En déduire c_{n+1} en fonction de c_n.

3. a. Calculer $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n + 1)$.

b. En déduire que pour tout $n \geqslant 1$, $c_{n+1} = c_n + (n + 1)^2$.

4. a. Créer un algorithme qui demande un entier k non nul et affiche le nombre de carrés du quadrillage de côté k.

b. Quel est le nombre de carrés du quadrillage de côté 50 ?

..anc

122 Ce
est forme
tous de c
33 au bo
Est-il pos
pour lequ
la bordur
nombre c

123 CHE
4 niveaux
l'on peut