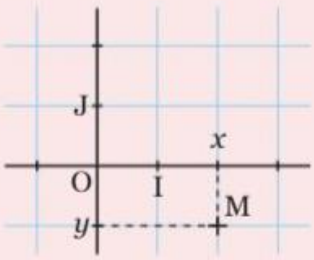
Coordonnées d'un point du plan - Milieu d'un segment

1. Repères du plan

Définitions

Soient O, I et J trois points distincts du plan. On dit que le triplet $(O\,;I\,,J)$ forme un repère du plan lorsque les points O, I et J ne sont pas alignés. Dans ce cas :

- le point O est l'**origine** du repère ;
- la droite orientée (OI) est l'**axe des abscisses** et la distance OI donne l'unité sur cet axe ;
- la droite orientée (OJ) est l'**axe des ordonnées** et la distance OJ donne l'unité sur cet axe.



Définitions

Repérer un point M dans un repère $(O\,;I\,,J)$, c'est donner l'unique couple de nombres réels $(x\,;y)$ appelé **coordonnées** du point M. Le nombre x est l'**abscisse** du point M et le nombre y est l'**ordonnée** du point M.

EXEMPLE

Dans un repère $(O\,;I\,,J)$, les coordonnées de O, I et J sont respectivement $(0\,;0)$, $(1\,;0)$ et $(0\,;1)$.

2. Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété (admise)

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,,J)$, on considère les points $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$.

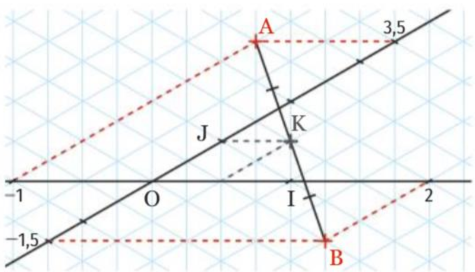
Le milieu K du segment $[AB]$ a pour coordonnées $(x_K\,;y_K)$ définies par :

$x_K=\dfrac{x_A+x_B}{2}$ et $y_K=\dfrac{y_A+y_B}{2}$.

Remarque : L'abscisse de K est la moyenne des abscisses de A et B. L'ordonnée de K est la moyenne des ordonnées de A et B.

EXEMPLE

Dans un repère $(O\,;I\,,J)$, si A a pour coordonnées $(-1\,;3{,}5)$ et B a pour coordonnées $(2\,;-1{,}5)$ alors le milieu K du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{-1+2}{2}\,;\dfrac{3{,}5-1{,}5}{2}\right)$ soit $K(0{,}5\,;1)$.



3. Longueur d'un segment

Théorème

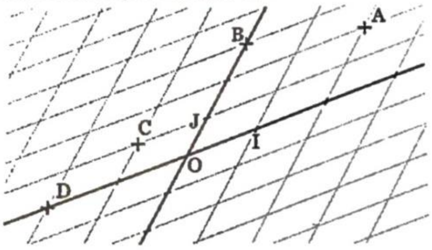
Soient les points $A\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}x_B\\y_B\end{pmatrix}$ dans un repère (O, I, J) orthonormé. Alors :

- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
- I milieu de $[AB]$ équivaut à $\begin{cases} x_I = \cdots \\ y_I = \cdots \end{cases}$

Repérage du plan

34 [Chercher.]

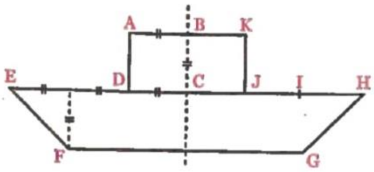
On considère le repère $(O\,;I\,,J)$ suivant.



1. Le repère $(O\,;I\,,J)$ est-il orthonormé ? orthogonal ?
2. Lire les coordonnées des points A, B, C et D dans le repère $(O\,;I\,,J)$.
3. Déterminer les coordonnées de tous les points dans le repère $(O\,;I\,,B)$.
4. Déterminer les éventuels points qui possèdent les mêmes coordonnées dans ces deux repères.
5. Calculer les coordonnées du milieu de [AB] dans chacun de ces deux repères.

35 [Modéliser.]

La figure ci-dessous est composée de deux carrés accolés (ABCD et CBKJ) et d'un trapèze EHGF.
La droite (BC) est un axe de symétrie.

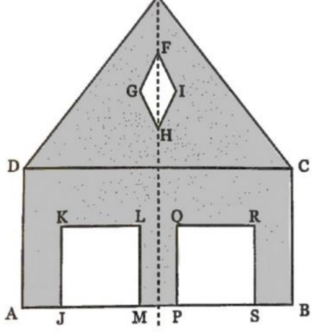


Dans le repère $(C\,;I\,,B)$:
1. Donner les coordonnées de tous les points.
2. Calculer les coordonnées du milieu M de [EF].
3. Calculer les coordonnées du milieu N de [GH].

[Chercher.]

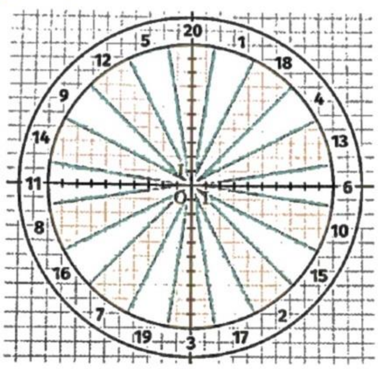
La façade d'une maison que l'on souhaite peindre a été modélisée à l'aide du logiciel GeoGebra. Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O\,;U\,,V)$ non représenté. Les quadrilatères FGHI, JKLM et PQRS ne doivent pas être peints. La droite (EH) est un axe de symétrie.

A(3;3)
B(17;3)
C(17;10)
D(3;10)
E(10;19)
F(10;16)
G(9;14)
H(10;12)
I(11;14)
J(5;3)
K(5;7)
L(9;7)
M(9;3)



Déterminer l'aire de la surface à peindre de la façade avant.

38 [Chercher.]



Mathias et Zineb jouent aux fléchettes. La cible est placée dans le repère orthonormé $(O\,;I\,,J)$ ci-dessus. Les fléchettes de Mathias sont repérées par les points $A_1(2\,;5)$, $B_1(8\,;3)$ et $C_1(-6\,;-2)$.

1. Déterminer le score obtenu par Mathias.
2. Les deux premières fléchettes de Zineb sont repérées par A_2 et B_2 tels que A_2 est le milieu de $[A_1B_1]$ et B_2 est le symétrique de B_1 par rapport à A_1. Déterminer une position possible de la troisième flèche afin que Zineb obtienne :

a. le même score que Mathias ;

b. un score plus élevé que Mathias.