

Problèmes ouverts, narrations de recherche, tâches complexes et créativité mathématique.

Fiche 1 - Il faut avoir été en seconde en premier!

1)* Une île a une forme de triangle. Quel est le point de l'île le plus éloigné de la mer ?

2) Trois naufragés arrivent sur cette île plantée de cocotiers, ayant en fait pour seul habitant un singe. Ils ramassent des noix de coco, et en font un gros tas. La nuit, le premier se lève, souhaite partager le tas en 3 parts égales. Il constate qu'il reste une noix de coco, la donne au singe, emporte sa part, et va se recoucher. Plus tard, le deuxième naufragé fait la même chose avec le tas restant. Le troisième naufragé fait de même et hop ! Une nouvelle noix de coco pour le singe. Au matin s'opère un vrai partage du tas diminué. Cette fois, il ne reste rien !

Combien y avait-il de noix de coco avant qu'ils aillent se coucher ?

3) Sur cette île, il y a des serpents, des souris et des scorpions. Chaque matin, chaque serpent mange une souris. Chaque midi, chaque scorpion pique un serpent. Chaque soir, chaque souris mange un scorpion. Au bout d'une semaine, il ne reste plus qu'un animal : une souris. Combien y avait-il de souris au début ?

4) Le capitaine de l'équipage naufragé qui est très très vieux, a eu 3 enfants qui ont un an d'écart. Il a également 5 neveux qui ont un an d'écart ainsi que 7 petits enfants qui ont un an d'écart. Sachant que l'âge du capitaine est égal à la somme des âges de ses enfants, est aussi égal à la somme des âges de ses neveux, ainsi qu'à la somme des âges de ses petits-enfants, peux-tu trouver son âge ?

5)* Nos trois matelots ont réussi à sauver une malle du bateau mais celle-ci est fermée avec un cadenas. L'un d'eux se rappelle que la combinaison est une suite décroissante de 3 chiffres dont le produit des 3 chiffres est impair et la somme des 3 chiffres est un carré. Quelle est la combinaison du cadenas ?

6)* En fait, l'île sur laquelle les matelots se sont échoués est l'Antarctique. Ils n'avaient pas vu la glace ! Ils sont très près de Mawson Station. Une équipe de chercheurs les accueillent et leur dit que le lendemain ils partent pour le pôle sud. Localiser ces deux points sur une carte munie d'une échelle que vous imprimerez et estimez la distance qui les sépare en utilisant la précision de l'échelle.

En utilisant l'échelle précédente de la carte et en faisant apparaître les tracés et les calculs, estimez l'aire de l'Antarctique et comparez avec la valeur réelle.

7)* Lorsque les naufragés se retrouvèrent attachés et virent une grosse marmite bouillir, ils comprirent vite que les chercheurs scientifiques étaient en fait des cannibales qui voulaient les manger et avaient pris leurs affaires. Très joueurs, les cannibales posèrent une question à chaque matelot.

Matelot 1 dit Riri: Si tu parviens à répondre à la question suivante tu seras sain et sauf : Une poule et demi pond un œuf et demi en un jour et demi. Combien pondent d'œufs trois poules en trois jours ?

Matelot 2 dit Fifi: Si tu donnes une affirmation vraie tu seras cuisiné dans la marmite de la vérité, si tu donnes une affirmation fausse tu seras cuisiné dans la marmite du mensonge. Que dis-tu ?

Matelot 3 dit Loulou: quel est le point de la terre le plus éloigné de son centre ?

Combien de matelots es-tu parvenu à sauver ?

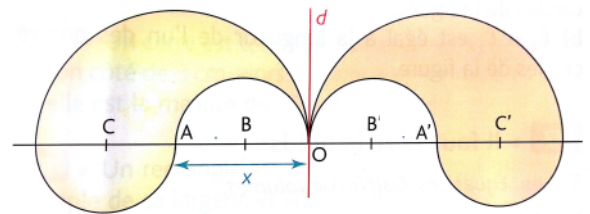
8) En fait les chercheurs du camp s'étaient déguisés en cannibales eux-mêmes déguisés en chercheurs afin de tester l'intelligence des trois matelots qu'ils ont libérés quelque soit leur réponse. Ils leur ont même proposé une autre énigme qui les fait beaucoup rire : Un explorateur fait un pas au sud, puis un pas à l'ouest, puis un pas au nord et il se retrouve à sa position initiale. Pourquoi les chercheurs du pôle Sud trouvent-ils cette énigme drôle ?

9)* Les chercheurs ont remarqué, qu'en se déplaçant toujours vers l'ouest sur la sphère terrestre (c'est-à-dire suivant le parallèle), ils revenaient à leur point de départ au bout de 700 km. A quelle distance du pôle se trouvent-ils ? Sont-ils partis du camp de base de Mawson Station ?

10)* Toute cette histoire est un rêve que vient de faire le capitaine du bateau naufragé qui se réveille tranquillement sous un cocotier sous le regard amusé des trois matelots, Riri, Fifi et Loulou.

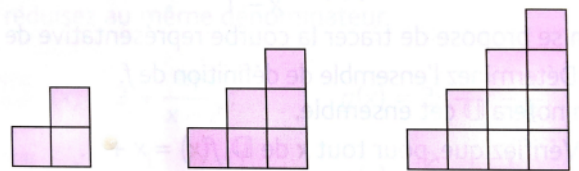
Riri prend très soin de son apparence, même sur une île

déserte. Il possède de belles moustaches qu'il doit régler précisément tous les matins à $\frac{\pi}{4}$ cm, sinon il passe une mauvaise journée. Combien doit valoir x pour que leur aire soit égale à $\frac{\pi}{4}$ cm ? ($AB=AC$).

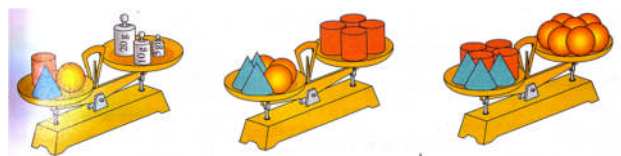


11)* Fifi c'est l'aventurier bricoleur. Il a remarqué que toutes les caisses du bateau étaient parvenues jusqu'à la plage et qu'en les empilant on pourrait faire un escalier qui permettrait d'attraper des bananes en hauteur.

Combien de caisses a-t-il besoin pour former 4 marches ? 5 marches ? 6 marches ? n marches ?



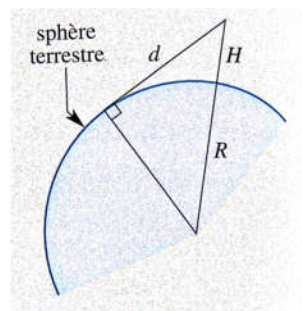
12)* Loulou c'est l'intellectuel du groupe. Il se voit déjà en possession d'un trésor de boules, de cylindres et de cônes d'or. Sachant que les poids font au total 35g, quelle est leur masse respective et combien le trésor présent sur les balances vaut-il ?



13) Le capitaine est le plus rêveur de l'équipage, pour ne pas dire qu'il est sujet à de nombreuses hallucinations. Retourné en Antarctique sur sa banquise, il aperçoit deux baleines qui nagent tranquillement en ligne droite à 6 km.h^{-1} . L'une d'elle eut soudain envie d'aller plus vite. Elle partit ainsi à 10 km.h^{-1} , sans changer de direction. Puis, elle fit demi-tour brusquement et revint auprès de son amie qui n'avait pendant ce temps ni modifié sa vitesse, ni sa direction. Sachant que nos deux baleines se sont quittées à 9 heures et

qu'elles se sont retrouvées à 10 h 00, à quelle heure le capitaine a-t-il regardé sa montre quand la plus rapide a fait son demi-tour ?

14) Pour calculer la distance d (en km) de l'horizon, Loulou utilise la formule approchée suivante : $d \approx 3,57\sqrt{h}$ où h (en m) est la hauteur de l'observateur par rapport au niveau de la mer. Expliquez d'où vient cette formule avec les indications suivantes :



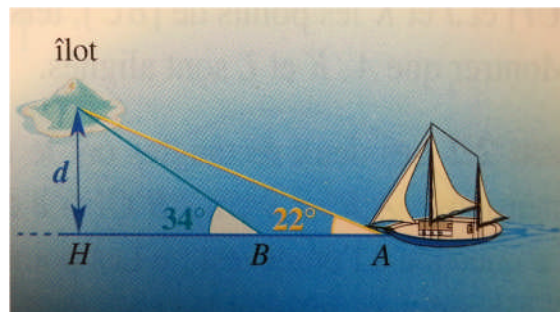
$$d^2 = 2RH + R^2, \text{ où } R \text{ est le rayon terrestre en km}$$

$$\text{Pour } H \leq 100 \text{ km, } 1 \leq \frac{d^2}{2RH} \leq 1,008$$

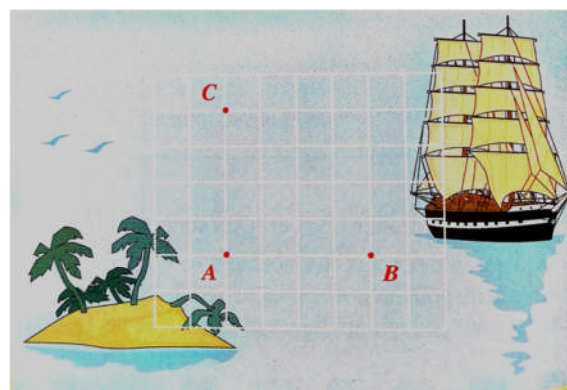
Le Quid donne le tableau suivant. Que dire de l'estimation par la formule de Loulou ?

h (m)	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50	100
d (km)	3.6	5	6.2	7.1	8.9	11.3	15.9	19.5	22.6	25.2	35.7

15) Avant de s'échouer sur un récif, le bateau suivait un cap fixe [AH] à vitesse constante de $20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Le capitaine a noté l'heure où l'angle entre la direction du cap et celle de l'îlot vaut 22° (position A) puis 34° (position B). Entre ces deux relevés, il s'est écoulé 12 minutes. Le capitaine affirme que la distance AB était à peu près égale à la distance d qu'il a dû parcourir à la nage pour rejoindre l'île.



16)* Pour des raisons de sécurité, la distance entre le voilier et le rocher le plus proche parmi les rochers A, B et C ne peut être inférieure à 200 m. Représenter la zone interdite que le bateau aurait dû éviter pour ne pas s'échouer (un côté de quadrillage représente 50 m).



17)* Loulou vient de retrouver un tableau donnant la température de l'eau de l'océan (vers l'équateur) en fonction de la profondeur de l'eau.

Profondeur (m)	surface	100	500	1000	3000
Température ($^\circ\text{C}$)	27	21	7	4	2,8
Points associés	A	B	C	D	E

Représenter la ligne brisée ABCDE . Quelle est l'équation de chacun des segments ?

Loulou a déterminé de façon très précise la température de l'eau à 50m, 300m et 2000m.

Il a même pu estimer la température de l'eau à 600m et à 1500 m de profondeur ainsi que la profondeur à laquelle la température serait de $2,2^{\circ}\text{C}$.

18) Riri, Fifi, Loulou et le capitaine s'ennuient un peu. Alors ils ont fabriqué un arc. Riri atteint la cible une fois sur deux, Fifi une fois sur trois, Loulou une fois sur quatre et le capitaine qui ne voit pas très bien, une fois sur sept.

Combien de fois doivent-ils tirer pour la probabilité d'atteindre au moins une fois la cible soit supérieure à 0,99 ? Quel algorithme a écrit Loulou pour prédire le nombre de flèches que chacun doit tirer pour atteindre au moins une fois la cible avec une probabilité donnée.



19) Le capitaine fait le tour de l'île avec sa barque Captain 1 en une demi-heure. Fifi, qui a bricolé sa barque Emperor 2, fait le tour de l'île en cinq minutes . Il vient de dépasser le capitaine. Dans combien de temps le dépassera-t-il de nouveau ?

20)* Le trésor de boules, de cylindres et de cônes vient d'être volé. Sherlock Holmes est arrivé sur place pour interroger les quatre suspects :

C'est Riri dit Loulou.

Non c'est Fifi dit Riri.

En tout cas ce n'est pas moi dit le Capitaine.

Riri est un menteur, il ose dire que c'est moi dit enfin Fifi.

Holmes sait qu'un seul dit la vérité et il trouve le coupable. Qui sont-ils ?

21)* Les naufragés ont décidé d'organiser une grande animation sur l'île : Une course de bateau. Ils ont donc appelé les habitants de l'île à concourir et tous les autres à les supporter. Le jour J arrive. 6 embarcations de fortunes fabriquées avec de vieilles boîtes de sardines seront pilotées par 6 souris . Les 6 singes spectateurs donnent leur pronostic dans des paris orchestrés par notre filou Riri peu scrupuleux...

1 – Le bateau « Battant le vent » sera 4^{ème} et « Ecume des océans » sera 3^{ème}.

2 – Le bateau « Albatros » sera 1^{er} et « Battant le vent » sera 2^{ème}.

3 – Le bateau « Albatros » sera le 1^{er} et « Corne de brume » sera 3^{ème} .

4 – Le bateau « Battant le vent » sera 5^{ème} et « Dents de la mer » sera 4^{ème}.

5 – Le bateau « Corne de brume » sera 3^{ème} et « Foc la galère » sera 5^{ème}.

6 – Le bateau « Dents de la mer » sera 2^{ème} et « Ecume des océans » sera 3^{ème}.

Riri n'est pas très satisfait car il a redonné aux singes, plus de bananes qu'il n'en avait récoltées. En effet, chaque spectateur possède exactement un bon résultat. Quel est l'ordre d'arrivée des boîtes de sardines ?