
Positions relatives de deux paraboles

Sujets

Étudiez les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes définies ci-dessous.

Exercice 1 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -4x^2 + 24x - 30$$

et

$$y = 6x^2 - 72x + 206$$

Exercice 2 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 - 30x - 45$$

et

$$y = x^2 - 6x + 6$$

Exercice 3 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 6x^2 - 120x + 590$$

et

$$y = 3x^2 - 30x + 73$$

Exercice 4 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -x^2 + 10x - 25$$

et

$$y = x^2 + 16x + 54$$

Exercice 5 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -3x^2 - 12x - 9$$

et

$$y = 8x^2 + 144x + 656$$

Exercice 6 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -3x^2 - 48x - 191$$

et

$$y = -5x^2 + 10x - 15$$

Exercice 7 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -3x^2 + 54x - 236$$

et

$$y = 5x^2 - 50x + 116$$

Exercice 8 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 6x^2 - 96x + 393$$

et

$$y = x^2 + 14x + 57$$

Exercice 9 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 4x^2 + 40x + 90$$

et

$$y = -3x^2 + 12x - 8$$

Exercice 10 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 - 28x - 28$$

et

$$y = x^2 - 12x + 30$$

Exercice 11 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 5x^2 + 60x + 178$$

et

$$y = 3x^2 + 36x + 114$$

Exercice 12 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -4x^2 - 8x - 3$$

et

$$y = 3x^2 + 60x + 300$$

Exercice 13 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -8x^2 + 80x - 200$$

et

$$y = -5x^2 + 90x - 414$$

Exercice 14 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 6x^2 - 120x + 593$$

et

$$y = 6x^2 + 120x + 599$$

Exercice 15 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = x^2 + 16x + 59$$

et

$$y = x^2 + 6x + 9$$

Exercice 16 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 + 112x - 438$$

et

$$y = -4x^2 + 72x - 315$$

Exercice 17 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 2x^2 - 36x + 168$$

et

$$y = -7x^2 - 56x - 105$$

Exercice 18 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 8x^2 - 64x + 119$$

et

$$y = -4x^2 - 40x - 95$$

Exercice 19 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -8x^2 + 144x - 646$$

et

$$y = -x^2 - 8x - 16$$

Exercice 20 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 4x^2$$

et

$$y = -6x^2 - 12x - 6$$

Solutions

Solution 1 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -4x^2 + 24x - 30$ et $y = 6x^2 - 72x + 206$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 2 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 - 30x - 45$ et $y = x^2 - 6x + 6$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 3 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 6x^2 - 120x + 590$ et $y = 3x^2 - 30x + 73$ sont les suivantes :
- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(45 - \sqrt{474})$ et $\frac{1}{3}(45 + \sqrt{474})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{3}(45 - \sqrt{474}); \frac{1}{3}(45 + \sqrt{474})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{3}(45 - \sqrt{474})[$ et $]\frac{1}{3}(45 + \sqrt{474}); +\infty[$.

Solution 4 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -x^2 + 10x - 25$ et $y = x^2 + 16x + 54$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 5 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -3x^2 - 12x - 9$ et $y = 8x^2 + 144x + 656$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 6 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -3x^2 - 48x - 191$ et $y = -5x^2 + 10x - 15$ sont les suivantes :
- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(29 - \sqrt{1193})$ et $\frac{1}{2}(29 + \sqrt{1193})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{2}(29 - \sqrt{1193}); \frac{1}{2}(29 + \sqrt{1193})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{2}(29 - \sqrt{1193})[$ et $]\frac{1}{2}(29 + \sqrt{1193}); +\infty[$.

Solution 7 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -3x^2 + 54x - 236$ et $y = 5x^2 - 50x + 116$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 8 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 6x^2 - 96x + 393$ et $y = x^2 + 14x + 57$ sont les suivantes :
- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{5}(55 - \sqrt{1345})$ et $\frac{1}{5}(55 + \sqrt{1345})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{5}(55 - \sqrt{1345}); \frac{1}{5}(55 + \sqrt{1345})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{5}(55 - \sqrt{1345})[$ et $]\frac{1}{5}(55 + \sqrt{1345}); +\infty[$.

Solution 9 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 4x^2 + 40x + 90$ et $y = -3x^2 + 12x - 8$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 10 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 - 28x - 28$ et $y = x^2 - 12x + 30$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 11 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 5x^2 + 60x + 178$ et $y = 3x^2 + 36x + 114$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses -8 et -4 ;
- P est au-dessous de P' sur $]-8; -4[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; -8[$ et $]-4; +\infty[$.

Solution 12 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -4x^2 - 8x - 3$ et $y = 3x^2 + 60x + 300$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 13 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -8x^2 + 80x - 200$ et $y = -5x^2 + 90x - 414$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(-5 - \sqrt{667})$ et $\frac{1}{3}(-5 + \sqrt{667})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{1}{3}(-5 - \sqrt{667})[$ et $]\frac{1}{3}(-5 + \sqrt{667}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{3}(-5 - \sqrt{667}); \frac{1}{3}(-5 + \sqrt{667})[$.

Solution 14 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 6x^2 - 120x + 593$ et $y = 6x^2 + 120x + 599$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes au point d'abscisse $-\frac{1}{40}$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\frac{1}{40}; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; -\frac{1}{40}[$.

Solution 15 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = x^2 + 16x + 59$ et $y = x^2 + 6x + 9$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes au point d'abscisse -5 ;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; -5[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-5; +\infty[$.

Solution 16 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 + 112x - 438$ et $y = -4x^2 + 72x - 315$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(20 - \sqrt{31})$ et $\frac{1}{3}(20 + \sqrt{31})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{1}{3}(20 - \sqrt{31})[$ et $]\frac{1}{3}(20 + \sqrt{31}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{3}(20 - \sqrt{31}); \frac{1}{3}(20 + \sqrt{31})[$.

Solution 17 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 2x^2 - 36x + 168$ et $y = -7x^2 - 56x - 105$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 18 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 8x^2 - 64x + 119$ et $y = -4x^2 - 40x - 95$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 19 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -8x^2 + 144x - 646$ et $y = -x^2 - 8x - 16$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{7}(76 - \sqrt{1366})$ et $\frac{1}{7}(76 + \sqrt{1366})$;

- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{1}{7}(76 - \sqrt{1366})[$ et $]\frac{1}{7}(76 + \sqrt{1366}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{7}(76 - \sqrt{1366}); \frac{1}{7}(76 + \sqrt{1366})[$.

Solution 20 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 4x^2$ et $y = -6x^2 - 12x - 6$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Positions relatives de deux paraboles

Sujets

Étudiez les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes définies ci-dessous.

Exercice 1 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -6x^2 + 36x - 54$$

et

$$y = -7x^2 - 98x - 343$$

Exercice 2 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 5x^2 + 80x + 320$$

et

$$y = 7 - 8x^2$$

Exercice 3 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 5x^2$$

et

$$y = -3x^2 + 54x - 247$$

Exercice 4 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 - 30x - 55$$

et

$$y = -3x^2 + 36x - 99$$

Exercice 5 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = x^2 + 4x + 2$$

et

$$y = 7x^2 + 98x + 343$$

Exercice 6 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 8x^2 - 80x + 200$$

et

$$y = -2x^2 + 28x - 98$$

Exercice 7 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 - 30x - 37$$

et

$$y = -2x^2 + 32x - 138$$

Exercice 8 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -6x^2 - 108x - 478$$

et

$$y = -8x^2 - 6$$

Exercice 9 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 7x^2 - 42x + 73$$

et

$$y = -8x^2 + 16x - 8$$

Exercice 10 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 7x^2 - 126x + 574$$

et

$$y = -5x^2 - 80x - 320$$

Exercice 11 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -6x^2 - 108x - 488$$

et

$$y = 4x^2 - 72x + 329$$

Exercice 12 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 2x^2 - 32x + 127$$

et

$$y = 3x^2 + 12x + 18$$

Exercice 13 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -4x^2 - 40x - 104$$

et

$$y = 3x^2 - 24x + 48$$

Exercice 14 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = x^2 - 2x + 9$$

et

$$y = 2 - 4x^2$$

Exercice 15 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 - 100x - 506$$

et

$$y = 5x^2 - 30x + 53$$

Exercice 16 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 7x^2 - 126x + 567$$

et

$$y = 7x^2 - 9$$

Exercice 17 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -8x^2 - 48x - 66$$

et

$$y = 7x^2 - 42x + 54$$

Exercice 18 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -6x^2 + 24x - 31$$

et

$$y = -4x^2 + 64x - 252$$

Exercice 19 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = x^2 - 12x + 29$$

et

$$y = -x^2 - 12x - 40$$

Exercice 20 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 3x^2 - 60x + 290$$

et

$$y = x^2 + 14x + 57$$

Solutions

Solution 1 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -6x^2 + 36x - 54$ et $y = -7x^2 - 98x - 343$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $-67 - 10\sqrt{42}$ et $-67 + 10\sqrt{42}$;
- P est au-dessous de P' sur $] -67 - 10\sqrt{42}; -67 + 10\sqrt{42}[$.
- P est au-dessus de P' sur $] -\infty; -67 - 10\sqrt{42}[$ et $] -67 + 10\sqrt{42}; +\infty[$.

Solution 2 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 5x^2 + 80x + 320$ et $y = 7 - 8x^2$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 3 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 5x^2$ et $y = -3x^2 + 54x - 247$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 4 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 - 30x - 55$ et $y = -3x^2 + 36x - 99$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(-33 - \sqrt{1177})$ et $\frac{1}{2}(-33 + \sqrt{1177})$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{1}{2}(-33 - \sqrt{1177})[$ et $\frac{1}{2}(-33 + \sqrt{1177}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $\frac{1}{2}(-33 - \sqrt{1177}); \frac{1}{2}(-33 + \sqrt{1177})[$.

Solution 5 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = x^2 + 4x + 2$ et $y = 7x^2 + 98x + 343$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{6}(-47 - \sqrt{163})$ et $\frac{1}{6}(-47 + \sqrt{163})$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{1}{6}(-47 - \sqrt{163})[$ et $\frac{1}{6}(-47 + \sqrt{163}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $\frac{1}{6}(-47 - \sqrt{163}); \frac{1}{6}(-47 + \sqrt{163})[$.

Solution 6 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 8x^2 - 80x + 200$ et $y = -2x^2 + 28x - 98$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 7 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 - 30x - 37$ et $y = -2x^2 + 32x - 138$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(-31 - 4\sqrt{79})$ et $\frac{1}{3}(-31 + 4\sqrt{79})$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{1}{3}(-31 - 4\sqrt{79})[$ et $\frac{1}{3}(-31 + 4\sqrt{79}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $\frac{1}{3}(-31 - 4\sqrt{79}); \frac{1}{3}(-31 + 4\sqrt{79})[$.

Solution 8 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -6x^2 - 108x - 478$ et $y = -8x^2 - 6$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $27 - \sqrt{965}$ et $27 + \sqrt{965}$;
- P est au-dessous de P' sur $] 27 - \sqrt{965}; 27 + \sqrt{965}[$.
- P est au-dessus de P' sur $] -\infty; 27 - \sqrt{965}[$ et $] 27 + \sqrt{965}; +\infty[$.

Solution 9 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 7x^2 - 42x + 73$ et $y = -8x^2 + 16x - 8$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 10 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 7x^2 - 126x + 574$ et $y = -5x^2 - 80x - 320$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 11 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -6x^2 - 108x - 488$ et $y = 4x^2 - 72x + 329$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 12 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 2x^2 - 32x + 127$ et $y = 3x^2 + 12x + 18$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $-22 - \sqrt{593}$ et $-22 + \sqrt{593}$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; -22 - \sqrt{593}[$ et $]-22 + \sqrt{593}; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-22 - \sqrt{593}; -22 + \sqrt{593}[$.

Solution 13 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -4x^2 - 40x - 104$ et $y = 3x^2 - 24x + 48$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 14 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = x^2 - 2x + 9$ et $y = 2 - 4x^2$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 15 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 - 100x - 506$ et $y = 5x^2 - 30x + 53$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 16 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 7x^2 - 126x + 567$ et $y = 7x^2 - 9$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes au point d'abscisse $\frac{32}{7}$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{32}{7}; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{32}{7}[$.

Solution 17 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -8x^2 - 48x - 66$ et $y = 7x^2 - 42x + 54$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 18 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -6x^2 + 24x - 31$ et $y = -4x^2 + 64x - 252$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(-20 - \sqrt{842})$ et $\frac{1}{2}(-20 + \sqrt{842})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{1}{2}(-20 - \sqrt{842})[$ et $]\frac{1}{2}(-20 + \sqrt{842}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{2}(-20 - \sqrt{842}); \frac{1}{2}(-20 + \sqrt{842})[$.

Solution 19 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = x^2 - 12x + 29$ et $y = -x^2 - 12x - 40$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 20 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 3x^2 - 60x + 290$ et $y = x^2 + 14x + 57$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(37 - \sqrt{903})$ et $\frac{1}{2}(37 + \sqrt{903})$;

- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{2}(37 - \sqrt{903}); \frac{1}{2}(37 + \sqrt{903})[$.

- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{2}(37 - \sqrt{903})[$ et $]\frac{1}{2}(37 + \sqrt{903}); +\infty[$.

Positions relatives de deux paraboles

Sujets

Étudiez les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes définies ci-dessous.

Exercice 1 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -2x^2 + 4x - 7$$

et

$$y = -3x^2 + 18x - 25$$

Exercice 2 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -8x^2 + 128x - 507$$

et

$$y = 3x^2 - 30x + 75$$

Exercice 3 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -3x^2 - 54x - 240$$

et

$$y = 6 - x^2$$

Exercice 4 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 + 98x - 338$$

et

$$y = 3x^2 + 18x + 29$$

Exercice 5 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 3x^2 + 54x + 243$$

et

$$y = -5x^2 + 100x - 491$$

Exercice 6 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -x^2 + 10x - 28$$

et

$$y = -7x^2 + 98x - 343$$

Exercice 7 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 - 10x - 7$$

et

$$y = -2x^2 + 16x - 30$$

Exercice 8 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -x^2 - 18x - 80$$

et

$$y = 4x^2 - 64x + 259$$

Exercice 9 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = x^2 + 20x + 92$$

et

$$y = 2x^2 + 36x + 168$$

Exercice 10 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 5x^2 - 70x + 253$$

et

$$y = x^2 + 8x + 17$$

Exercice 11 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -4x^2 - 48x - 151$$

et

$$y = 6x^2 - 72x + 216$$

Exercice 12 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 - 42x - 62$$

et

$$y = 2x^2 + 40x + 191$$

Exercice 13 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -x^2 + 14x - 56$$

et

$$y = 7x^2 - 3$$

Exercice 14 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -2x^2 - 32x - 122$$

et

$$y = -4x^2 + 24x - 45$$

Exercice 15 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 5x^2 - 60x + 180$$

et

$$y = -8x^2 - 32x - 28$$

Exercice 16 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -3x^2 + 36x - 112$$

et

$$y = -x^2 + 12x - 37$$

Exercice 17 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -6x^2 - 96x - 383$$

et

$$y = 2x^2 - 16x + 22$$

Exercice 18 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -6x^2 + 24x - 18$$

et

$$y = -3x^2 - 6x - 7$$

Exercice 19 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -3x^2 - 42x - 146$$

et

$$y = x^2 + 18x + 86$$

Exercice 20 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 2x^2 - 12x + 18$$

et

$$y = 5x^2 + 10x + 5$$

Solutions

Solution 1 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -2x^2 + 4x - 7$ et $y = -3x^2 + 18x - 25$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $7 - \sqrt{31}$ et $7 + \sqrt{31}$;
- P est au-dessous de P' sur $]7 - \sqrt{31}; 7 + \sqrt{31}[$.
- P est au-dessus de P' sur $] -\infty; 7 - \sqrt{31}[$ et $]7 + \sqrt{31}; +\infty[$.

Solution 2 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -8x^2 + 128x - 507$ et $y = 3x^2 - 30x + 75$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 3 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -3x^2 - 54x - 240$ et $y = 6 - x^2$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(-27 - \sqrt{237})$ et $\frac{1}{2}(-27 + \sqrt{237})$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{1}{2}(-27 - \sqrt{237})[$ et $]\frac{1}{2}(-27 + \sqrt{237}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{2}(-27 - \sqrt{237}); \frac{1}{2}(-27 + \sqrt{237})[$.

Solution 4 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 + 98x - 338$ et $y = 3x^2 + 18x + 29$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 5 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 3x^2 + 54x + 243$ et $y = -5x^2 + 100x - 491$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 6 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -x^2 + 10x - 28$ et $y = -7x^2 + 98x - 343$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{6}(44 - \sqrt{46})$ et $\frac{1}{6}(44 + \sqrt{46})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{6}(44 - \sqrt{46}); \frac{1}{6}(44 + \sqrt{46})[$.
- P est au-dessus de P' sur $] -\infty; \frac{1}{6}(44 - \sqrt{46})[$ et $]\frac{1}{6}(44 + \sqrt{46}); +\infty[$.

Solution 7 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 - 10x - 7$ et $y = -2x^2 + 16x - 30$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(-13 - \sqrt{238})$ et $\frac{1}{3}(-13 + \sqrt{238})$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{1}{3}(-13 - \sqrt{238})[$ et $]\frac{1}{3}(-13 + \sqrt{238}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{3}(-13 - \sqrt{238}); \frac{1}{3}(-13 + \sqrt{238})[$.

Solution 8 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -x^2 - 18x - 80$ et $y = 4x^2 - 64x + 259$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 9 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = x^2 + 20x + 92$ et $y = 2x^2 + 36x + 168$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 10 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 5x^2 - 70x + 253$ et $y = x^2 + 8x + 17$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{4}(39 - \sqrt{577})$ et $\frac{1}{4}(39 + \sqrt{577})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{4}(39 - \sqrt{577}); \frac{1}{4}(39 + \sqrt{577})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{4}(39 - \sqrt{577})[$ et $]\frac{1}{4}(39 + \sqrt{577}); +\infty[$.

Solution 11 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -4x^2 - 48x - 151$ et $y = 6x^2 - 72x + 216$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 12 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 - 42x - 62$ et $y = 2x^2 + 40x + 191$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 13 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -x^2 + 14x - 56$ et $y = 7x^2 - 3$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 14 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -2x^2 - 32x - 122$ et $y = -4x^2 + 24x - 45$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(28 - \sqrt{938})$ et $\frac{1}{2}(28 + \sqrt{938})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{2}(28 - \sqrt{938}); \frac{1}{2}(28 + \sqrt{938})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{2}(28 - \sqrt{938})[$ et $]\frac{1}{2}(28 + \sqrt{938}); +\infty[$.

Solution 15 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 5x^2 - 60x + 180$ et $y = -8x^2 - 32x - 28$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 16 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -3x^2 + 36x - 112$ et $y = -x^2 + 12x - 37$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 17 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -6x^2 - 96x - 383$ et $y = 2x^2 - 16x + 22$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 18 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -6x^2 + 24x - 18$ et $y = -3x^2 - 6x - 7$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(15 - 8\sqrt{3})$ et $\frac{1}{3}(15 + 8\sqrt{3})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{1}{3}(15 - 8\sqrt{3})[$ et $]\frac{1}{3}(15 + 8\sqrt{3}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{3}(15 - 8\sqrt{3}); \frac{1}{3}(15 + 8\sqrt{3})[$.

Solution 19 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -3x^2 - 42x - 146$ et $y = x^2 + 18x + 86$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 20 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 2x^2 - 12x + 18$ et $y = 5x^2 + 10x + 5$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(-11 - 4\sqrt{10})$ et $\frac{1}{3}(-11 + 4\sqrt{10})$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{1}{3}(-11 - 4\sqrt{10}) [$ et $] \frac{1}{3}(-11 + 4\sqrt{10}); +\infty [$.
- P est au-dessus de P' sur $] \frac{1}{3}(-11 - 4\sqrt{10}); \frac{1}{3}(-11 + 4\sqrt{10}) [$.

Positions relatives de deux paraboles

Sujets

Étudiez les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes définies ci-dessous.

Exercice 1 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 2x^2 - 4x + 2$$

et

$$y = 7x^2 - 140x + 700$$

Exercice 2 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 - 126x - 558$$

et

$$y = 5x^2 - 70x + 255$$

Exercice 3 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 4x^2 - 4$$

et

$$y = -2x^2 - 32x - 135$$

Exercice 4 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 3x^2 - 6x + 1$$

et

$$y = 3x^2 + 30x + 67$$

Exercice 5 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 8x^2 + 48x + 74$$

et

$$y = -6x^2 + 48x - 100$$

Exercice 6 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -8x^2 - 112x - 385$$

et

$$y = -8x^2 - 16x - 8$$

Exercice 7 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -4x^2 + 64x - 260$$

et

$$y = -3x^2 + 54x - 237$$

Exercice 8 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -x^2 - 14x - 44$$

et

$$y = -6x^2 - 24x - 19$$

Exercice 9 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -6x^2 + 24x - 32$$

et

$$y = -8x^2 - 144x - 641$$

Exercice 10 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = x^2 + 4x - 1$$

et

$$y = 8x^2$$

Exercice 11 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 2x^2 - 24x + 73$$

et

$$y = 4x^2 + 64x + 246$$

Exercice 12 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -8x^2 + 144x - 654$$

et

$$y = 5x^2 - 2$$

Exercice 13 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 3x^2 - 18x + 27$$

et

$$y = 8x^2 - 96x + 279$$

Exercice 14 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -6x^2 + 60x - 148$$

et

$$y = 3x^2 + 30x + 71$$

Exercice 15 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 7x^2 + 112x + 448$$

et

$$y = -x^2 + 2x + 5$$

Exercice 16 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 - 70x - 235$$

et

$$y = 4x^2 - 80x + 400$$

Exercice 17 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 7x^2 - 1$$

et

$$y = 8x^2 + 96x + 279$$

Exercice 18 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 + 98x - 335$$

et

$$y = 5x^2 - 90x + 406$$

Exercice 19 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -8x^2 + 112x - 391$$

et

$$y = 2x^2 + 20x + 55$$

Exercice 20 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = x^2 - 2x - 4$$

et

$$y = -x^2 + 4x + 5$$

Solutions

Solution 1 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 2x^2 - 4x + 2$ et $y = 7x^2 - 140x + 700$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{5}(68 - 9\sqrt{14})$ et $\frac{1}{5}(68 + 9\sqrt{14})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{1}{5}(68 - 9\sqrt{14})[$ et $]\frac{1}{5}(68 + 9\sqrt{14}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{5}(68 - 9\sqrt{14}); \frac{1}{5}(68 + 9\sqrt{14})[$.

Solution 2 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 - 126x - 558$ et $y = 5x^2 - 70x + 255$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 3 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 4x^2 - 4$ et $y = -2x^2 - 32x - 135$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 4 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 3x^2 - 6x + 1$ et $y = 3x^2 + 30x + 67$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes au point d'abscisse $-\frac{11}{6}$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\frac{11}{6}; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; -\frac{11}{6}[$.

Solution 5 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 8x^2 + 48x + 74$ et $y = -6x^2 + 48x - 100$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 6 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -8x^2 - 112x - 385$ et $y = -8x^2 - 16x - 8$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes au point d'abscisse $-\frac{377}{96}$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\frac{377}{96}; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; -\frac{377}{96}[$.

Solution 7 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -4x^2 + 64x - 260$ et $y = -3x^2 + 54x - 237$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $5 - \sqrt{2}$ et $5 + \sqrt{2}$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; 5 - \sqrt{2}[$ et $]5 + \sqrt{2}; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]5 - \sqrt{2}; 5 + \sqrt{2}[$.

Solution 8 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -x^2 - 14x - 44$ et $y = -6x^2 - 24x - 19$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $-1 - \sqrt{6}$ et $-1 + \sqrt{6}$;
- P est au-dessous de P' sur $]-1 - \sqrt{6}; -1 + \sqrt{6}[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; -1 - \sqrt{6}[$ et $]-1 + \sqrt{6}; +\infty[$.

Solution 9 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -6x^2 + 24x - 32$ et $y = -8x^2 - 144x - 641$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(-84 - \sqrt{5838})$ et $\frac{1}{2}(-84 + \sqrt{5838})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{2}(-84 - \sqrt{5838}); \frac{1}{2}(-84 + \sqrt{5838})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{2}(-84 - \sqrt{5838})[$ et $]\frac{1}{2}(-84 + \sqrt{5838}); +\infty[$.

Solution 10 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = x^2 + 4x - 1$ et $y = 8x^2$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 11 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 2x^2 - 24x + 73$ et $y = 4x^2 + 64x + 246$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(-44 - \sqrt{1590})$ et $\frac{1}{2}(-44 + \sqrt{1590})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{1}{2}(-44 - \sqrt{1590})[$ et $]\frac{1}{2}(-44 + \sqrt{1590}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{2}(-44 - \sqrt{1590}); \frac{1}{2}(-44 + \sqrt{1590})[$.

Solution 12 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -8x^2 + 144x - 654$ et $y = 5x^2 - 2$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 13 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 3x^2 - 18x + 27$ et $y = 8x^2 - 96x + 279$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{3}{5}(13 - \sqrt{29})$ et $\frac{3}{5}(13 + \sqrt{29})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{3}{5}(13 - \sqrt{29})[$ et $]\frac{3}{5}(13 + \sqrt{29}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{3}{5}(13 - \sqrt{29}); \frac{3}{5}(13 + \sqrt{29})[$.

Solution 14 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -6x^2 + 60x - 148$ et $y = 3x^2 + 30x + 71$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 15 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 7x^2 + 112x + 448$ et $y = -x^2 + 2x + 5$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 16 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 - 70x - 235$ et $y = 4x^2 - 80x + 400$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 17 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 7x^2 - 1$ et $y = 8x^2 + 96x + 279$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $2(-24 - \sqrt{506})$ et $2(-24 + \sqrt{506})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; 2(-24 - \sqrt{506})[$ et $]2(-24 + \sqrt{506}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]2(-24 - \sqrt{506}); 2(-24 + \sqrt{506})[$.

Solution 18 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 + 98x - 335$ et $y = 5x^2 - 90x + 406$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 19 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -8x^2 + 112x - 391$ et $y = 2x^2 + 20x + 55$.

P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 20 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = x^2 - 2x - 4$ et $y = -x^2 + 4x + 5$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{3}{2}(1 - \sqrt{3})$ et $\frac{3}{2}(1 + \sqrt{3})$;

- P est au-dessous de P' sur $]\frac{3}{2}(1 - \sqrt{3}) ; \frac{3}{2}(1 + \sqrt{3})[$.

- P est au-dessus de P' sur $]-\infty ; \frac{3}{2}(1 - \sqrt{3})[$ et $]\frac{3}{2}(1 + \sqrt{3}) ; +\infty[$.

Positions relatives de deux paraboles

Sujets

Étudiez les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes définies ci-dessous.

Exercice 1 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -6x^2 + 108x - 477$$

et

$$y = -6x^2 - 84x - 289$$

Exercice 2 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 3x^2 + 12x + 2$$

et

$$y = 4x^2 + 56x + 188$$

Exercice 3 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 6x^2 - 24x + 24$$

et

$$y = -x^2 - 8x - 16$$

Exercice 4 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 3x^2 - 60x + 302$$

et

$$y = 6 - 7x^2$$

Exercice 5 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 6x^2 - 60x + 150$$

et

$$y = -4x^2 + 8x + 2$$

Exercice 6 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -2x^2 - 16x - 32$$

et

$$y = 6x^2 + 60x + 147$$

Exercice 7 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -8x^2 + 144x - 646$$

et

$$y = -3x^2 + 42x - 147$$

Exercice 8 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 8x^2 + 128x + 511$$

et

$$y = -3x^2 - 12x - 8$$

Exercice 9 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 + 10x - 5$$

et

$$y = -8x^2 - 144x - 648$$

Exercice 10 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -x^2 - 8x - 26$$

et

$$y = 2 - 6x^2$$

Exercice 11 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = x^2 - 20x + 90$$

et

$$y = -6x^2 + 96x - 376$$

Exercice 12 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -x^2 + 4x + 4$$

et

$$y = -8x^2 - 7$$

Exercice 13 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 + 84x - 251$$

et

$$y = -2x^2 + 40x - 198$$

Exercice 14 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -4x^2 - 80x - 400$$

et

$$y = 8x^2 + 48x + 72$$

Exercice 15 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -4x^2 + 8x + 5$$

et

$$y = 6x^2 + 84x + 297$$

Exercice 16 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 5x^2 - 100x + 498$$

et

$$y = 2x^2 + 8x + 8$$

Exercice 17 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 + 112x - 442$$

et

$$y = 7x^2 - 42x + 54$$

Exercice 18 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -x^2 + 8x - 16$$

et

$$y = -7x^2 - 28x - 28$$

Exercice 19 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 8x^2 - 16x + 11$$

et

$$y = -5x^2 - 60x - 176$$

Exercice 20 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = x^2 + 16x + 64$$

et

$$y = 7x^2 + 112x + 456$$

Solutions

Solution 1 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -6x^2 + 108x - 477$ et $y = -6x^2 - 84x - 289$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes au point d'abscisse $\frac{47}{48}$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{47}{48} [$.
- P est au-dessus de P' sur $] \frac{47}{48}; +\infty [$.

Solution 2 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 3x^2 + 12x + 2$ et $y = 4x^2 + 56x + 188$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $-22 - \sqrt{298}$ et $-22 + \sqrt{298}$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; -22 - \sqrt{298} [$ et $] -22 + \sqrt{298}; +\infty [$.
- P est au-dessus de P' sur $] -22 - \sqrt{298}; -22 + \sqrt{298} [$.

Solution 3 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 6x^2 - 24x + 24$ et $y = -x^2 - 8x - 16$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 4 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 3x^2 - 60x + 302$ et $y = 6 - 7x^2$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 5 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 6x^2 - 60x + 150$ et $y = -4x^2 + 8x + 2$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 6 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -2x^2 - 16x - 32$ et $y = 6x^2 + 60x + 147$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{4}(-19 - \sqrt{3})$ et $\frac{1}{4}(-19 + \sqrt{3})$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{1}{4}(-19 - \sqrt{3}) [$ et $] \frac{1}{4}(-19 + \sqrt{3}); +\infty [$.
- P est au-dessus de P' sur $] \frac{1}{4}(-19 - \sqrt{3}); \frac{1}{4}(-19 + \sqrt{3}) [$.

Solution 7 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -8x^2 + 144x - 646$ et $y = -3x^2 + 42x - 147$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{5}(51 - \sqrt{106})$ et $\frac{1}{5}(51 + \sqrt{106})$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{1}{5}(51 - \sqrt{106}) [$ et $] \frac{1}{5}(51 + \sqrt{106}); +\infty [$.
- P est au-dessus de P' sur $] \frac{1}{5}(51 - \sqrt{106}); \frac{1}{5}(51 + \sqrt{106}) [$.

Solution 8 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 8x^2 + 128x + 511$ et $y = -3x^2 - 12x - 8$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 9 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 + 10x - 5$ et $y = -8x^2 - 144x - 648$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(-77 - 20\sqrt{10})$ et $\frac{1}{3}(-77 + 20\sqrt{10})$;

- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{3}(-77 - 20\sqrt{10}); \frac{1}{3}(-77 + 20\sqrt{10})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{3}(-77 - 20\sqrt{10})[$ et $]\frac{1}{3}(-77 + 20\sqrt{10}); +\infty[$.

Solution 10 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -x^2 - 8x - 26$ et $y = 2 - 6x^2$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{2}{5}(2 - \sqrt{39})$ et $\frac{2}{5}(2 + \sqrt{39})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{2}{5}(2 - \sqrt{39}); \frac{2}{5}(2 + \sqrt{39})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{2}{5}(2 - \sqrt{39})[$ et $]\frac{2}{5}(2 + \sqrt{39}); +\infty[$.

Solution 11 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = x^2 - 20x + 90$ et $y = -6x^2 + 96x - 376$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{7}(58 - \sqrt{102})$ et $\frac{1}{7}(58 + \sqrt{102})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{7}(58 - \sqrt{102}); \frac{1}{7}(58 + \sqrt{102})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{7}(58 - \sqrt{102})[$ et $]\frac{1}{7}(58 + \sqrt{102}); +\infty[$.

Solution 12 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -x^2 + 4x + 4$ et $y = -8x^2 - 7$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 13 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 + 84x - 251$ et $y = -2x^2 + 40x - 198$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{5}(22 - \sqrt{219})$ et $\frac{1}{5}(22 + \sqrt{219})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{1}{5}(22 - \sqrt{219})[$ et $]\frac{1}{5}(22 + \sqrt{219}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{5}(22 - \sqrt{219}); \frac{1}{5}(22 + \sqrt{219})[$.

Solution 14 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -4x^2 - 80x - 400$ et $y = 8x^2 + 48x + 72$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 15 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -4x^2 + 8x + 5$ et $y = 6x^2 + 84x + 297$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 16 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 5x^2 - 100x + 498$ et $y = 2x^2 + 8x + 8$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(54 - \sqrt{1446})$ et $\frac{1}{3}(54 + \sqrt{1446})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{3}(54 - \sqrt{1446}); \frac{1}{3}(54 + \sqrt{1446})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{3}(54 - \sqrt{1446})[$ et $]\frac{1}{3}(54 + \sqrt{1446}); +\infty[$.

Solution 17 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 + 112x - 442$ et $y = 7x^2 - 42x + 54$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 18 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -x^2 + 8x - 16$ et $y = -7x^2 - 28x - 28$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $-3 - \sqrt{7}$ et $-3 + \sqrt{7}$;
- P est au-dessous de P' sur $] -3 - \sqrt{7}; -3 + \sqrt{7}[$.
- P est au-dessus de P' sur $] -\infty; -3 - \sqrt{7}[$ et $] -3 + \sqrt{7}; +\infty[$.

Solution 19 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 8x^2 - 16x + 11$ et $y = -5x^2 - 60x - 176$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 20 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = x^2 + 16x + 64$ et $y = 7x^2 + 112x + 456$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Positions relatives de deux paraboles

Sujets

Étudiez les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes définies ci-dessous.

Exercice 1 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -3x^2 - 36x - 98$$

et

$$y = -8x^2 - 5$$

Exercice 2 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -2x^2$$

et

$$y = 3x^2 - 12x + 4$$

Exercice 3 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 7x^2 - 98x + 338$$

et

$$y = -4x^2 - 24x - 34$$

Exercice 4 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 3x^2 + 60x + 294$$

et

$$y = -7x^2 - 42x - 57$$

Exercice 5 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 3x^2 - 24x + 45$$

et

$$y = 6x^2 + 36x + 50$$

Exercice 6 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 + 80x - 317$$

et

$$y = 14x - 7x^2$$

Exercice 7 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 8x^2 + 16x + 8$$

et

$$y = 5x^2 + 90x + 405$$

Exercice 8 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 7x^2 - 98x + 338$$

et

$$y = -x^2 - 16x - 59$$

Exercice 9 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 4x^2 - 32x + 62$$

et

$$y = 3x^2 - 48x + 188$$

Exercice 10 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -4x^2 + 32x - 64$$

et

$$y = 3x^2 - 12x + 4$$

Exercice 11 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 8x^2 + 64x + 118$$

et

$$y = 5 - x^2$$

Exercice 12 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 - 126x - 567$$

et

$$y = -7x^2 - 28x - 23$$

Exercice 13 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -7x^2 - 14x - 1$$

et

$$y = -5x^2 - 70x - 243$$

Exercice 14 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 5x^2 + 100x + 499$$

et

$$y = x^2$$

Exercice 15 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 + 80x - 311$$

et

$$y = 2x^2 + 8x + 13$$

Exercice 16 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -2x^2 - 28x - 88$$

et

$$y = 5x^2 - 50x + 123$$

Exercice 17 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 6x^2 - 96x + 386$$

et

$$y = -4x^2 + 64x - 256$$

Exercice 18 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = 7x^2 - 112x + 448$$

et

$$y = 7x^2 - 98x + 338$$

Exercice 19 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -5x^2 + 10x - 3$$

et

$$y = 2x^2 - 36x + 164$$

Exercice 20 P et P' admettent pour équations cartésiennes respectives

$$y = -3x^2 + 60x - 305$$

et

$$y = 2x^2 - 20x + 47$$

Solutions

Solution 1 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -3x^2 - 36x - 98$ et $y = -8x^2 - 5$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{5}(18 - \sqrt{789})$ et $\frac{1}{5}(18 + \sqrt{789})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{5}(18 - \sqrt{789}); \frac{1}{5}(18 + \sqrt{789})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{5}(18 - \sqrt{789})[$ et $]\frac{1}{5}(18 + \sqrt{789}); +\infty[$.

Solution 2 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -2x^2$ et $y = 3x^2 - 12x + 4$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{2}{5}$ et 2 ;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{2}{5}[$ et $]2; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{2}{5}; 2[$.

Solution 3 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 7x^2 - 98x + 338$ et $y = -4x^2 - 24x - 34$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 4 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 3x^2 + 60x + 294$ et $y = -7x^2 - 42x - 57$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 5 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 3x^2 - 24x + 45$ et $y = 6x^2 + 36x + 50$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(-30 - \sqrt{885})$ et $\frac{1}{3}(-30 + \sqrt{885})$;
- P est au-dessous de P' sur $]-\infty; \frac{1}{3}(-30 - \sqrt{885})[$ et $]\frac{1}{3}(-30 + \sqrt{885}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]\frac{1}{3}(-30 - \sqrt{885}); \frac{1}{3}(-30 + \sqrt{885})[$.

Solution 6 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 + 80x - 317$ et $y = 14x - 7x^2$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(-33 - \sqrt{1723})$ et $\frac{1}{2}(-33 + \sqrt{1723})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{2}(-33 - \sqrt{1723}); \frac{1}{2}(-33 + \sqrt{1723})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{2}(-33 - \sqrt{1723})[$ et $]\frac{1}{2}(-33 + \sqrt{1723}); +\infty[$.

Solution 7 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 8x^2 + 16x + 8$ et $y = 5x^2 + 90x + 405$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{3}(37 - 16\sqrt{10})$ et $\frac{1}{3}(37 + 16\sqrt{10})$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{1}{3}(37 - 16\sqrt{10}); \frac{1}{3}(37 + 16\sqrt{10})[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{1}{3}(37 - 16\sqrt{10})[$ et $]\frac{1}{3}(37 + 16\sqrt{10}); +\infty[$.

Solution 8 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 7x^2 - 98x + 338$ et $y = -x^2 - 16x - 59$.

P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 9 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 4x^2 - 32x + 62$ et $y = 3x^2 - 48x + 188$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $-8 - \sqrt{190}$ et $-8 + \sqrt{190}$;
- P est au-dessous de P' sur $] -8 - \sqrt{190}; -8 + \sqrt{190}[$.
- P est au-dessus de P' sur $] -\infty; -8 - \sqrt{190}[$ et $] -8 + \sqrt{190}; +\infty[$.

Solution 10 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -4x^2 + 32x - 64$ et $y = 3x^2 - 12x + 4$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{2}{7}(11 - \sqrt{2})$ et $\frac{2}{7}(11 + \sqrt{2})$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; \frac{2}{7}(11 - \sqrt{2})[$ et $] \frac{2}{7}(11 + \sqrt{2}); +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $] \frac{2}{7}(11 - \sqrt{2}); \frac{2}{7}(11 + \sqrt{2})[$.

Solution 11 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 8x^2 + 64x + 118$ et $y = 5 - x^2$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{9}(-32 - \sqrt{7})$ et $\frac{1}{9}(-32 + \sqrt{7})$;
- P est au-dessous de P' sur $] \frac{1}{9}(-32 - \sqrt{7}); \frac{1}{9}(-32 + \sqrt{7})[$.
- P est au-dessus de P' sur $] -\infty; \frac{1}{9}(-32 - \sqrt{7})[$ et $] \frac{1}{9}(-32 + \sqrt{7}); +\infty[$.

Solution 12 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 - 126x - 567$ et $y = -7x^2 - 28x - 23$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes au point d'abscisse $-\frac{272}{49}$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\frac{272}{49}; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $] -\infty; -\frac{272}{49}[$.

Solution 13 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = -7x^2 - 14x - 1$ et $y = -5x^2 - 70x - 243$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $14 - \sqrt{317}$ et $14 + \sqrt{317}$;
- P est au-dessous de P' sur $] -\infty; 14 - \sqrt{317}[$ et $] 14 + \sqrt{317}; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $] 14 - \sqrt{317}; 14 + \sqrt{317}[$.

Solution 14 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 5x^2 + 100x + 499$ et $y = x^2$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes aux points d'abscisses $\frac{1}{2}(-25 - 3\sqrt{14})$ et $\frac{1}{2}(-25 + 3\sqrt{14})$;
- P est au-dessous de P' sur $] \frac{1}{2}(-25 - 3\sqrt{14}); \frac{1}{2}(-25 + 3\sqrt{14})[$.
- P est au-dessus de P' sur $] -\infty; \frac{1}{2}(-25 - 3\sqrt{14})[$ et $] \frac{1}{2}(-25 + 3\sqrt{14}); +\infty[$.

Solution 15 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 + 80x - 311$ et $y = 2x^2 + 8x + 13$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 16 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -2x^2 - 28x - 88$ et $y = 5x^2 - 50x + 123$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 17 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = 6x^2 - 96x + 386$ et $y = -4x^2 + 64x - 256$.
 P est au-dessus de P' sur \mathbb{R} .

Solution 18 Les positions relatives des paraboles P et P' d'équations cartésiennes respectives $y = 7x^2 - 112x + 448$ et $y = 7x^2 - 98x + 338$ sont les suivantes :

- P et P' sont sécantes au point d'abscisse $\frac{55}{7}$;
- P est au-dessous de P' sur $]\frac{55}{7}; +\infty[$.
- P est au-dessus de P' sur $]-\infty; \frac{55}{7}[$.

Solution 19 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -5x^2 + 10x - 3$ et $y = 2x^2 - 36x + 164$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .

Solution 20 Soit P et P' les paraboles d'équations cartésiennes respectives $y = -3x^2 + 60x - 305$ et $y = 2x^2 - 20x + 47$.
 P est au-dessous de P' sur \mathbb{R} .