LES NOMBRES

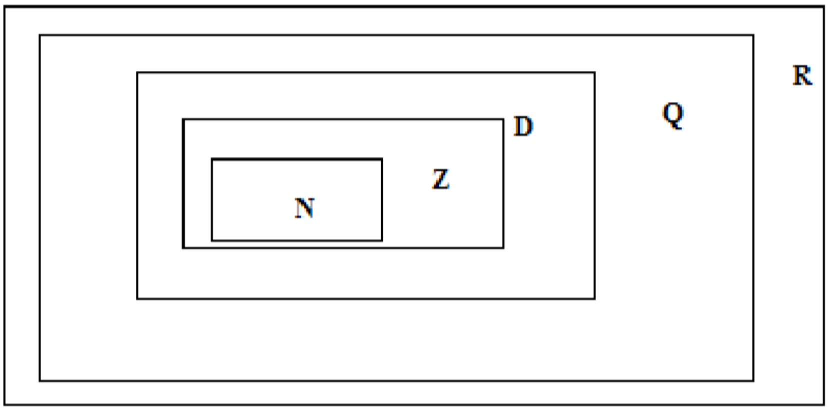
1. Ensembles de nombres

Définitions et notations :

On appelle :

- ensemble des nombres ...., noté ...., l'ensemble constitué des nombres 0, 1, 2,...,99, 100,101, etc. ;
- ensemble des nombres ...., noté ...., l'ensemble constitué des nombres entiers naturels et de leurs opposés (par exemple -1, -11, 99, etc.) ;
- ensemble des ...., noté ...., l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\frac{p}{10^n}$ où p est un entier relatif et n un entier naturel c'est à dire avec une écriture à virgule comportant un nombre fini de chiffres après la virgule (par exemple $15,678 = \frac{15678}{10^2}$) ;
- ensemble des nombres ...., noté ...., l'ensemble des quotients d'entiers relatifs c'est à dire des nombres qui peuvent s'écrire $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers relatifs et b différent de 0.
- Ensemble des nombres ...., noté ...., l'ensemble des abscisses des points de toute droite graduée (par exemple 1, -3, $\sqrt{2}$, π, etc.) ;

Appellation des nombres	Définition	Notation	Exemples
....	Dénombrent les individus d'une population	$\mathbb{N}$	0 ; 1 ; 2 ; 3 ;... ; 99 ; 100 ; 101 ; etc.
....	Entiers naturels et leurs opposés	$\mathbb{Z}$	... ;-76 ;-75 ;... -2 ;-1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 9 ; 10 ; 11 ; etc.
....	de la forme $\frac{p}{10^n}$ avec p entier relatif et n entier naturel	$\mathbb{D}$	1,3 ; 4,56 ; 98,4563
....	de la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers relatifs et b non nul	$\mathbb{Q}$	$\frac{1}{2}$, $\frac{4}{3}$
....	Abscisses des points de toute droite graduée	$\mathbb{R}$	1 ; 2,3 ; $\sqrt{2}$; π ;



Propriété, définition et notation :

- Tout nombre *entier naturel* est aussi un nombre ...., un nombre ...., un nombre .... et un nombre .... ;
- tout nombre *entier relatif* est aussi un nombre ...., un nombre .... et un nombre .... ;
- tout nombre *décimal* est aussi un nombre .... et un nombre .... ;
- tout nombre *rationnel* est aussi un nombre ....

Pour traduire cette propriété, on dit que l'ensemble des entiers naturels est .... dans l'ensemble des entiers relatifs, lui-même .... dans l'ensemble des nombres décimaux. L'ensemble des nombres décimaux est lui-même .... dans l'ensemble des nombres rationnels qui est lui aussi .... dans l'ensemble des nombres réels. On note ainsi :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

où le symbole $A \subset B$ (lire « A .... dans B ») signifie que tous les nombres de l'ensemble A appartiennent aussi à l'ensemble B.

Preuve :

- Si n est un nombre entier naturel, il est évidemment relatif, mais aussi .... car il s'écrit $\frac{n}{10^0}$. Il est aussi .... car il s'écrit $\frac{n}{1}$.
- même raisonnement pour ce qui concerne les entiers relatifs ;
- Tout nombre décimal s'écrit $\frac{p}{10^n}$ avec p entier relatif et n entier naturel ce qui montre que c'est aussi un nombre ....
- De manière évidente, les nombres rationnels sont des abscisses de points de toute droite graduée.

Exemples :

- 5 est un nombre entier naturel. Il s'écrit aussi $5,0$ donc c'est un nombre décimal et il s'écrit encore $\frac{5}{1}$ donc c'est un ....
- $345,6782$ est un nombre décimal. Il s'écrit aussi $\frac{3456782}{1000}$ donc c'est un nombre ....

Propriété et définition :

Il existe des nombres *réels* qui ne sont pas *rationnels*. On les appelle des nombres .... Le nombre $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel. Nous le montrerons dans le paragraphe sur les nombres premiers. Nous admettrons que le nombre π est un autre exemple de nombre irrationnel.

La propriété suivante permet de distinguer les nombres *rationnels* des nombres *irrationnels* :

Propriété :

Un nombre réel est *rationnel* si et seulement si il admet une écriture décimale illimitée qui est .... ,c'est à dire constituée d'une série de chiffres après la virgule qui ....

Preuve :

Admise.

Exemples :

- $\frac{19}{11} \approx 1,7272727272$ de période 72 ;
- $\sqrt{2} \approx 1,414213562$ d'écriture non périodique ;
- $\frac{3}{7} \approx 0,428571428$ de période 428571 ;
- les nombres décimaux ont évidemment une écriture décimale illimitée périodique dont la période est 0 : par exemple 3,45 s'écrit 3,450000....

2. Intervalles de nombres réels

Définition :

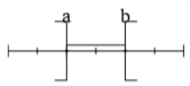
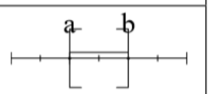
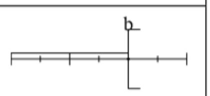
On appelle ensemble des nombres ...., noté ...., l'ensemble des abscisses des points de toute droite graduée (par exemple 1, -3, $\sqrt{2}$, π, etc.) ;

Définitions :

Soient a et b deux nombres réels avec a inférieur strictement à b.

- $[a;b]$ est l'ensemble des réels x tels que .... On l'appelle .... d'extrémités a et b.
- $]a;b[$ est l'ensemble des réels x tels que .... On l'appelle .... d'extrémités a et b.
- $[a;b[$ est l'ensemble des réels x tels que .... Cet intervalle est dit .... en b et .... en a.
- $[a;+\infty[$ est l'ensemble des réels x tels que ....
- $]-\infty;b[$ est l'ensemble des réels x tels que ....

Exemples de représentation sur une droite graduée :

....	
....	
....	

Définition :

Soient I et J deux intervalles.

- *L'intersection* de I et J notée $I \cap J$ est l'ensemble des nombres qui appartiennent ....
- *La réunion* de I et J notée $I \cup J$ est l'ensemble des nombres qui appartiennent ....
- Lorsque les intervalles I et J n'ont aucun point commun, leur intersection est .... noté .... On dit aussi que les intervalles sont ....

Exemple [Savoir déterminer l'intersection et la réunion de deux intervalles] :

Soit $I = [-5; -1]$ et $J = [-2; 3]$.

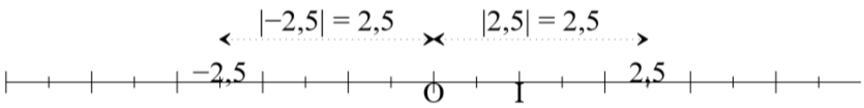
L'intersection I.....J est ....

La réunion I.....J est ....

3. Valeur absolue

Définition :

On appelle *valeur absolue* d'un nombre x et on note $|x|$ la .... du nombre x.



Exemples :

- $-|-\sqrt{16}| =$...... ;
- $|x| = \frac{3}{2}$ lorsque $x =$......... ou $x =$............ .

Propriétés :

- La distance entre deux nombres x et y est égale à .... entre les deux nombres x et y c'est à dire à $|x-y|$.
- Soient a et x deux réels, ainsi qu'un réel positif r.
  Alors $|x-a| \leq r$ si et seulement si $x \in$ ....

Preuve :
Découle directement du fait que la valeur absolue est aussi la distance à zéro.

Exemples :

- $|x-1| = 2$ signifie .... c'est à dire ....
- $|x-4| < 3$ signifie .... c'est à dire .... ou .... ;
- $|x+2,5| < 2$ signifie .... c'est à dire .... donc .... ;
- $|x-2| \leq 3$ équivaut à .... c'est à dire à .... ou encore .... c'est à dire encore ....

Propriété :

Pour touts les réels a, $\sqrt{a^2} =$........ .