Produit scalaire dans le plan

Norme d'un vecteur

$\vec{u} = \vec{AB}$

$\|\vec{u}\| = AB$

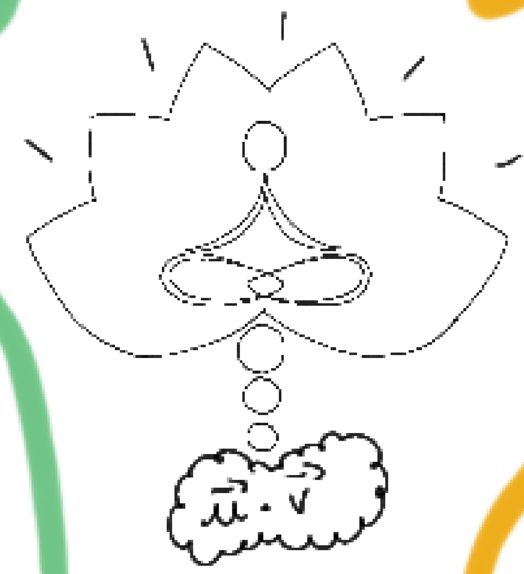
$\|\vec{0}\| = 0$

$\vec{u}$ unitaire $\iff \|\vec{u}\| = 1$

Définition :

$\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$

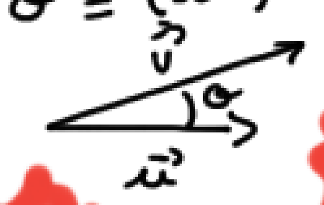
$\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}-\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$



Expression 2

$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos\theta$

avec $\theta = (\vec{u};\vec{v})$



Expression 1 :

Dans un repère orthonormé

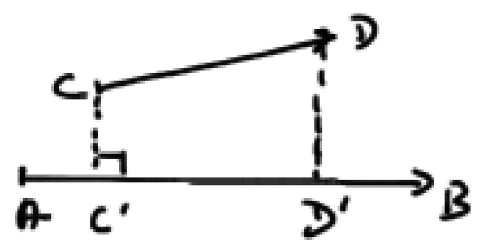
$\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = xx' + yy'$

Expression 3 :

Projection orthogonale

$\vec{AB}\cdot\vec{CD} = \vec{AB}\cdot\vec{C'D'}$



Règles de calcul :

$\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{u}$

$\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{w}$

$(a\vec{u})\cdot(b\vec{v}) = (ab)\,\vec{u}\cdot\vec{v}$

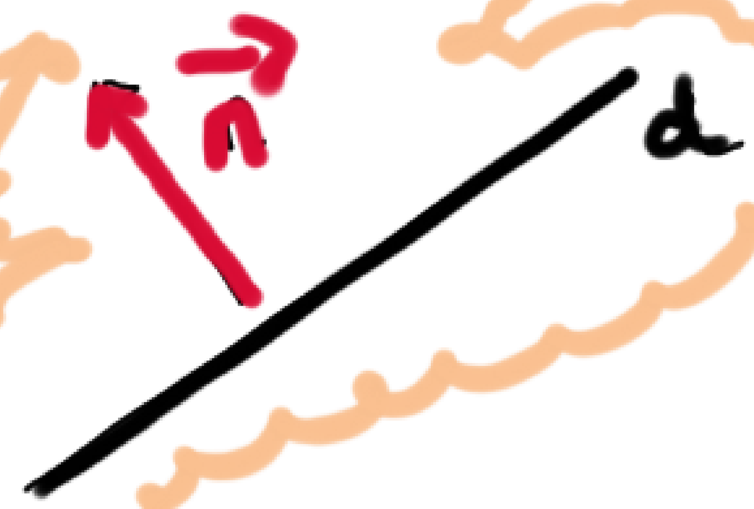
Orthogonalité

$\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u}\cdot\vec{v} = 0$

$\vec{AB} \perp \vec{CD} \iff \vec{AB}\cdot\vec{CD} = 0$

$\vec{0}$ orthogonal à tout vecteur

Vecteur normal



Orthogonalité de droite

$\left.\begin{array}{l} d : ax + by + c = 0 \\ d' : a'x + b'y + c' = 0 \end{array}\right\} d \perp d' \iff aa' + bb' = 0$

$\left.\begin{array}{l} d : y = mx + p \\ d' : y = m'x + p' \end{array}\right\} d \perp d' \iff mm' = -1$

Équation de droite

$d : ax + by + c = 0$

$\vec{n}(a;b)$

Cercles

$\left\{\begin{array}{l} (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2 \\ \text{Centre } I(x_0;y_0) \\ \text{rayon } r \end{array}\right.$

Ensemble des points M tels que $\vec{MA}\cdot\vec{MB} = 0$

$\vec{MA}\cdot\vec{MB}$

$\left\{\begin{array}{l} \vec{MA}\cdot\vec{MB} = \\ MI^2 - \frac{1}{4}AB^2 \\ I \text{ milieu de } [AB] \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} \vec{MA}\cdot\vec{MB} = k \\ \text{cercle} \\ \text{point} \\ \emptyset \end{array}\right.$

Théorème d'Al-Kashi

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$