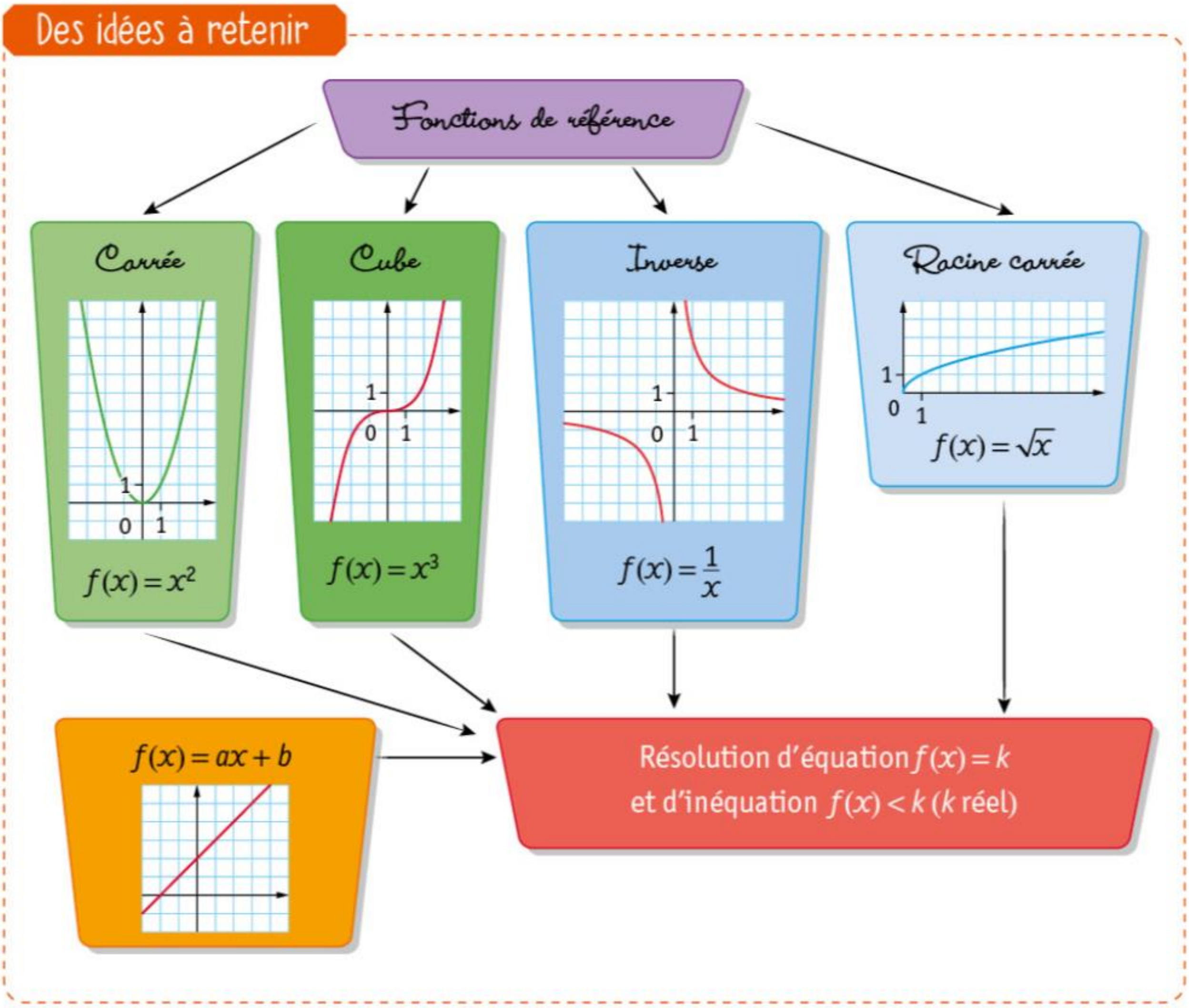
Fonctions de référence 2

1. Les fonctions de référence de seconde

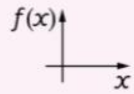


Des automatismes à avoir

- Connaître parfaitement l'allure des courbes représentatives des fonctions de référence.
- Même pour résoudre de façon algébrique une équation ou une inéquation, faire un rapide croquis de la courbe pour ne pas oublier de solutions.
- Connaître par cœur les valeurs de carrés et de cubes rencontrés fréquemment.

Des erreurs à éviter

→ Ne pas confondre les axes :
- horizontal : axe des abscisses où on lit les antécédents de x.
- vertical : axe des ordonnées où on lit les images de $f(x)$ ou y.



→ Lorsqu'on représente une fonction dans un repère, il faut choisir convenablement les graduations sur les deux axes afin que la courbe soit exploitable.

→ La calculatrice n'affiche souvent qu'un morceau de la courbe : éviter de faire des conjectures trop hâtives et vérifier la fenêtre d'affichage choisie.

2. La fonction racine carrée

Définition

On appelle fonction racine carrée la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ telle que pour tout réel positif, $f(x)=\sqrt{x}$.

Remarques

- Tout nombre réel positif admet une racine carrée et on a $\sqrt{0}=0$ et pour tout $x>0$, $\sqrt{x}>0$.
- Dans un repère orthogonal du plan, la courbe représentative de la fonction racine carrée a pour équation $y=\sqrt{x}$ et son allure est celle d'une demi-parabole couchée.
- La fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0;+\infty[$

Représentation graphique

x	0	$\frac{1}{4}$	1	2	4	9	16
$f(x)=\sqrt{x}$							

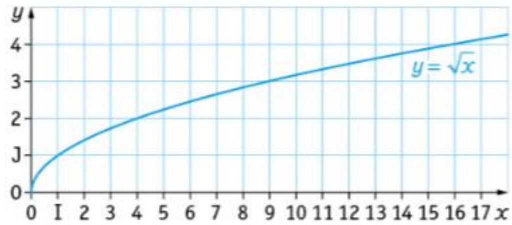


Tableau de variations

x	0	$+\infty$
$\sqrt{x}$	0	$\nearrow$

Exemples

1. Les écritures suivantes ont-elles un sens ? Justifier la réponse et simplifier si cela est possible.

a. $\sqrt{4}$ **b.** $\sqrt{-3}$ **c.** $\sqrt{(-5)^2}$ **d.** $\sqrt{121}$ **e.** $\sqrt{3-\pi}$

2. Compléter sans calculatrice avec $<$ ou $>$.

a. $\sqrt{2}\ldots\sqrt{2{,}03}$ **b.** $\sqrt{\frac{3}{2}}\ldots1$ **c.** $\sqrt{6}\ldots\sqrt{2\pi}$

3. La fonction cube

Définition

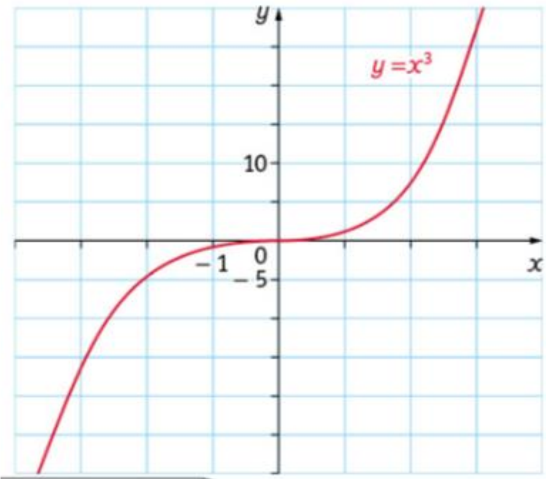
.La fonction cube est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ telle que pour tout réel x, $f(x) = x^3$.

Dans un repère orthogonal du plan, la courbe représentative de la fonction cube a pour équation $y = \sqrt{x^3}$ et elle s'appelle une cubique.

Remarques

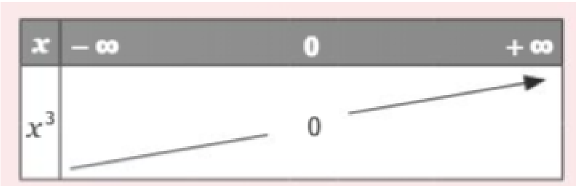
- Tout nombre réel admet un cube x^3.
- x^3 est du même signe que x.
- La fonction cube est impaire.
  Dans un repère orthogonal, sa courbe représentative est symétrique par rapportà l'origine du repère.

Représentation graphique

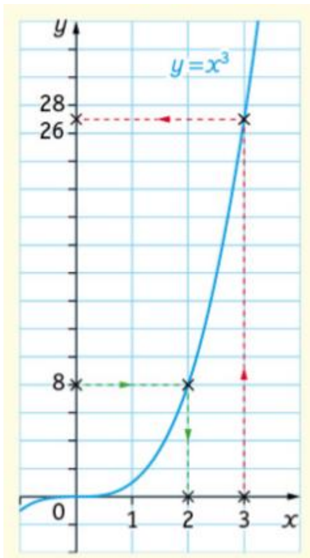


x	-3	-2	0	1	2	3
$f(x) = x^3$						

Tableau de variations



Exemple



1. On note f la fonction cube. Déterminer :
a. l'image par f de 3 ; **b.** les éventuels antécédents par f de 8.
2. Comparer par le calcul les images par f de :
a. 1 et 4 ; **b.** (-5) et (-7) ; **c.** (-2) et 8.

4. La fonction inverse

Définition

On appelle fonction inverse la fonction f définie sur $\mathbb{R}^* =]-\infty\,;0[\,\cup\,]0;+\infty[$ telle que pour tout réel x non nul, $f(x) = \frac{1}{x}$.

Dans un repère orthogonal du plan, la courbe représentative de la fonction inverse a pour équation $y = \frac{1}{x}$ et elle s'appelle une hyperbole.

Remarques :

- Tout nombre réel non nul x admet un inverse $\frac{1}{x}$
- x et $\frac{1}{x}$ ont même signe
- La fonction inverse n'est pas définie en 0. C'est pourquoi la courbe est composée de deux branches distinctes.
- La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$ **et sur** $]0;+\infty[$.

Représentation graphique-

x	-4	-1	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	4
$f(x) = \frac{1}{x}$					╳				

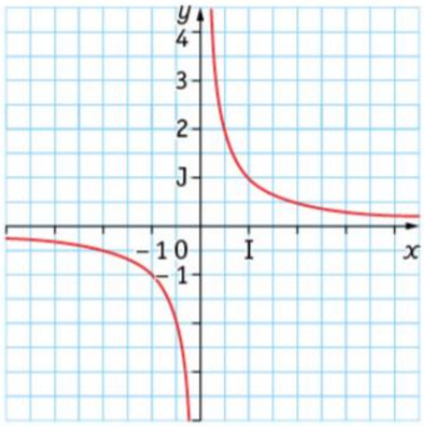
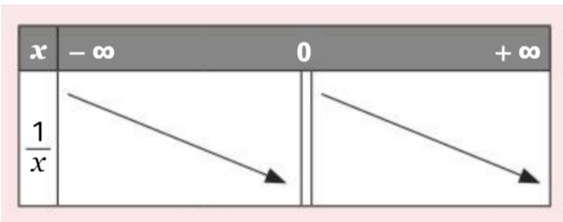


Tableau de variations



Exemples

1. Compléter sans calculatrice avec $<$ ou $>$: **a.** $\frac{1}{5}\dots\frac{1}{8}$ **b.** $-\frac{1}{2}\dots-\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{3}{7}\dots\frac{3}{5}$ **d.** $\frac{2}{5}\dots-\frac{4}{3}$

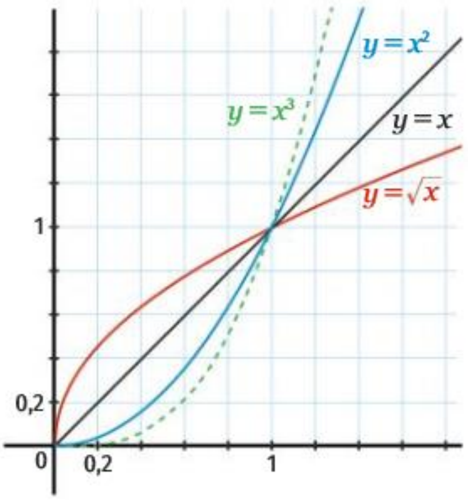
2. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants : $-\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2\pi}\,;\,-1\,;\,\frac{1}{3}$.

5. Positions relatives des courbes des fonctions de référence sur $\mathbb{R}^+$

Théorème

Soit x un réel positif ou nul.

- Si $0 < x < 1$, alors $\sqrt{x} > x > x^2 > x^3$,
- Si $x > 1$, alors $\sqrt{x} < x < x^2 < x^3$
- Si $x = 0$ ou $x = 1$ alors $\sqrt{x} = x = x^2 = x^3$



Démonstration