Étude de fonctions avec e^x

$f : x \mapsto e^x$

Calcul de la dérivée

f est définie sur $\mathbb{R}$ et $\boxed{f'(x) = e^x}$

Étude du signe de la dérivée

D'après le cours, $e^x > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

Équation de la tangente au point d'abscisse 0 :

$T_0 : y = f'(0) \times (x - 0) + f(0)$

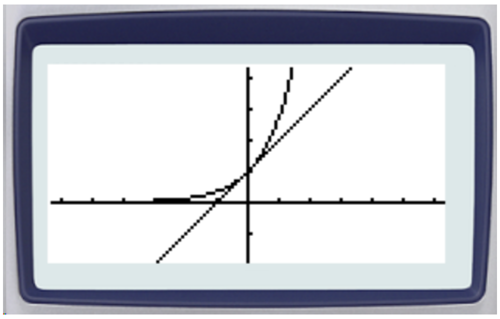
$f(0) = e^0 = 1$ et $f'(0) = e^0 = 1$ donc

$\boxed{T_0 : y = x + 1}$

Vérification de la cohérence avec la calculatrice

Tableau de variation

$\frac{-4}{3}$	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$



$f : x \mapsto (3x+1)e^x$

Calcul de la dérivée

f est définie sur $\mathbb{R}$ et est de la forme uv et $(uv)' = u'v + uv'$avec $u(x) = 3x + 1$, $v(x) = e^x$, $u'(x) = 3$, $v'(x) = e^x$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$\boxed{f'(x) = 3e^x + (3x+1)e^x = e^x(3x+4)}$

Étude du signe de la dérivée

D'après le cours, $e^x > 0$,pour tout $x \in \mathbb{R}$

et $3x + 4 > 0$ pour $x > \dfrac{-4}{3}$

x	$-\infty$	$\frac{-4}{3}$	$+\infty$
e^x	$+$		$+$
$4x+3$	$-$	0	$+$
Signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$

Vérification de la cohérence avec la calculatrice

Le minimum est bien *négatif* et atteint pour une valeur de x *négative*. *Les variations* sont cohérentes avec celles du tableau de variation. *La position de la tangente* est cohérente.

Équation de la tangente au point d'abscisse 0 :

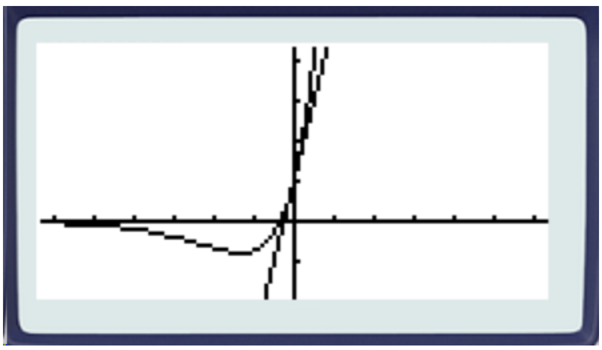
$T_0 : y = f'(0) \times (x - 0) + f(0)$

$f(0) = e^0 = 1$ et $f'(0) = 4e^0 = 4$ donc

$\boxed{T_0 : y = 4x + 1}$

Tableau de variation

x	$-\infty$		$\frac{-4}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$-3e^{\frac{-4}{3}}$	$\nearrow$	



$$f : x \mapsto (4x-2)e^x$$

$$f : x \mapsto (10-3x)e^x$$

$$f : x \mapsto (x^2+x+1)e^x$$

$$f : x \mapsto \frac{2e^x-5}{e^x+1}$$

$$f : x \mapsto 5+\frac{1}{4}(x-4)e^x$$

$$f : x \mapsto (4x-2)e^x$$

$$f : x \mapsto (10-3x)e^x$$

$$f : x \mapsto (x^2+x+1)e^x$$

$$f : x \mapsto \frac{2e^x-5}{e^x+1}$$

$$f : x \mapsto 5+\frac{1}{4}(x-4)e^x$$

$$f : x \mapsto (4x-2)e^x$$

$$f : x \mapsto (10-3x)e^x$$

$$f : x \mapsto (x^2+x+1)e^x$$

$$f : x \mapsto \frac{2e^x-5}{e^x+1}$$

$$f : x \mapsto 5+\frac{1}{4}(x-4)e^x$$

1 → $f(x) = e^x\ (x^2 - 3x)$

2 f'(x)=e^x (x² - x - 3)

→ $f'(x) = e^x\ (x^2 - x - 3)$

3 e^x (x² - x - 3)= 0

Résoudre: $\left\{x = \frac{-\sqrt{13}+1}{2}, x = \frac{\sqrt{13}+1}{2}\right\}$

4 g(x)=(10-3x)exp(x)

→ $g(x) = (-3x + 10)\ e^x$

5 g'(x)=-e^x (3x - 7)

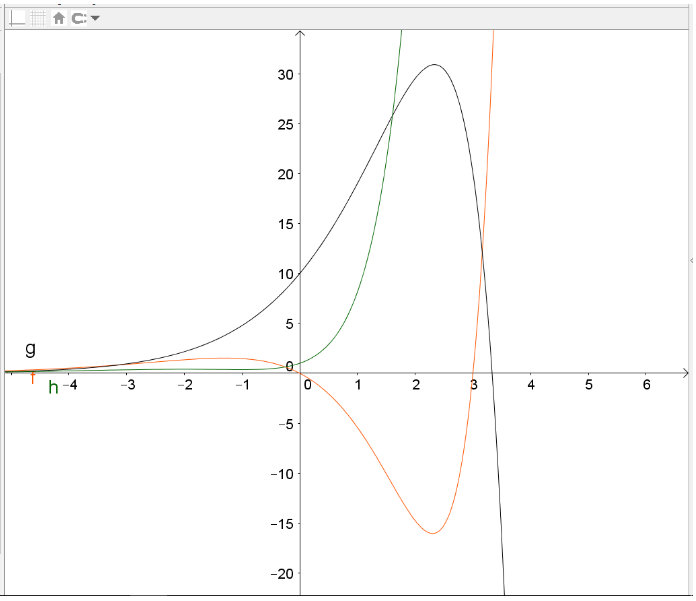
→ $g'(x) = -(3x - 7)\ e^x$

6 h(x)=(x^2+x+1)exp(x)

→ null : $h(x) = (x^2 + x + 1)\ e^x$

7 h'(x)=(x + 1) (x + 2) e^x

→ $h'(x) = (x + 1)\ (x + 2)\ e^x$



1 → $f(x) = e^x\ (x^2 - 3x)$

2 f'(x)=e^x (x² - x - 3)

→ $f'(x) = e^x\ (x^2 - x - 3)$

3 e^x (x² - x - 3)= 0

Résoudre: $\left\{x = \frac{-\sqrt{13}+1}{2}, x = \frac{\sqrt{13}+1}{2}\right\}$

4 g(x)=(10-3x)exp(x)

→ $g(x) = (-3x + 10)\ e^x$

5 g'(x)=-e^x (3x - 7)

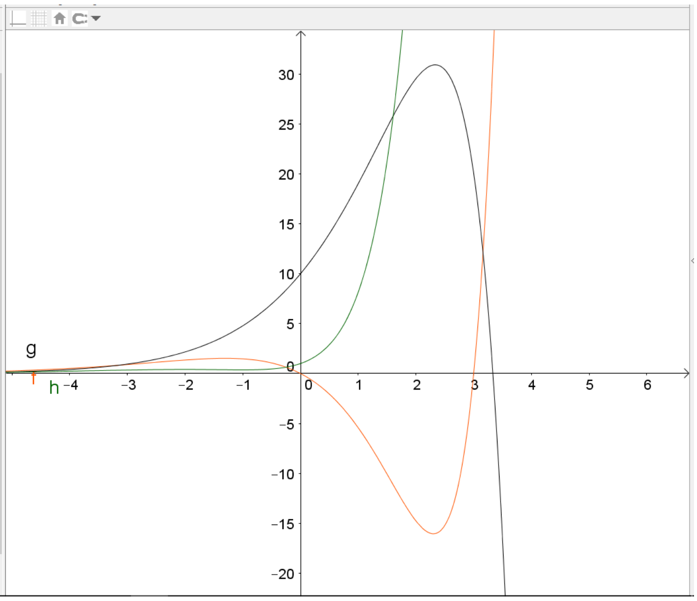
→ $g'(x) = -(3x - 7)\ e^x$

6 h(x)=(x^2+x+1)exp(x)

→ null : $h(x) = (x^2 + x + 1)\ e^x$

7 h'(x)=(x + 1) (x + 2) e^x

→ $h'(x) = (x + 1)\ (x + 2)\ e^x$



1 → $f(x) = e^x \left(x^2 - 3x\right)$

2 f'(x)=e^x (x² - x - 3)

→ $f'(x) = e^x \left(x^2 - x - 3\right)$

3 e^x (x² - x - 3)= 0

Résoudre: $\left\{x = \frac{-\sqrt{13}+1}{2}, x = \frac{\sqrt{13}+1}{2}\right\}$

4 g(x)=(10-3x)exp(x)

→ $g(x) = (-3x + 10)\ e^x$

5 g'(x)=-e^x (3x - 7)

→ $g'(x) = -(3x - 7)\ e^x$

6 h(x)=(x^2+x+1)exp(x)

→ null : $h(x) = \left(x^2 + x + 1\right)\ e^x$

7 h'(x)=(x + 1) (x + 2) e^x

→ $h'(x) = (x + 1)\ (x + 2)\ e^x$