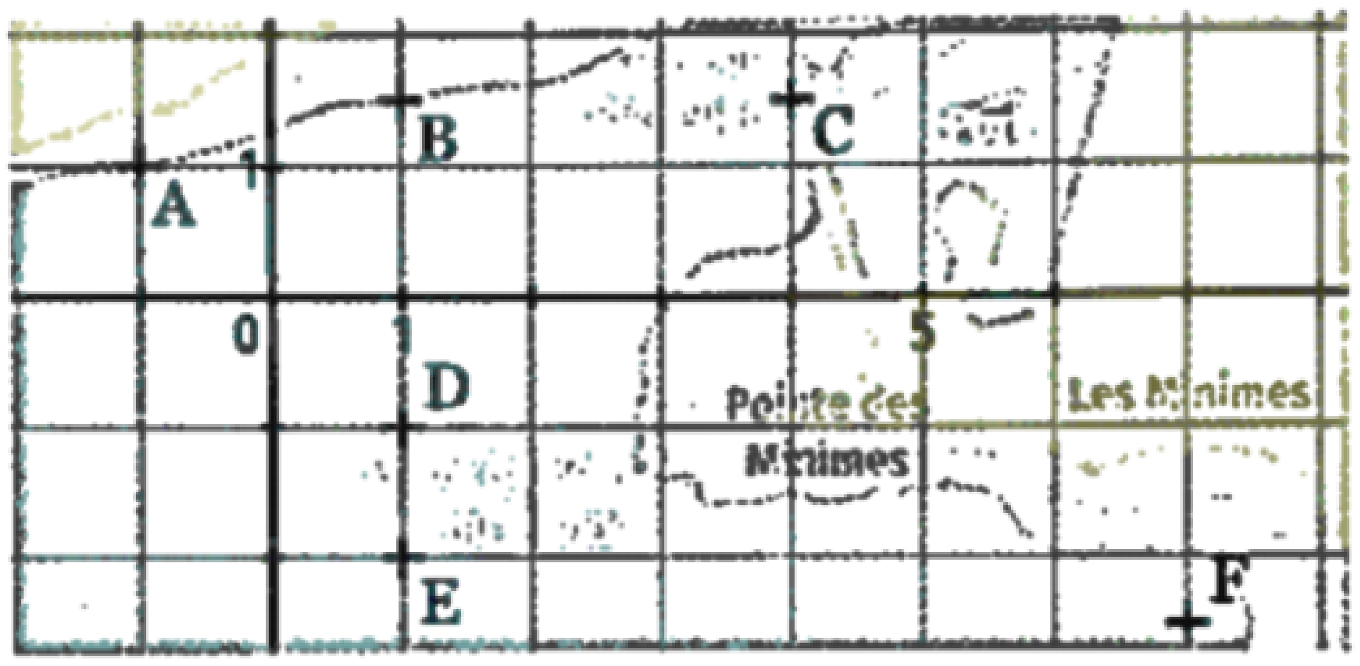
Géométrie repérée

1

À La Rochelle, un plaisancier navigue en notant sa position sur sa carte marine. A est son point de départ, B indique la position suivante, puis C, et ainsi de suite jusqu'au point F.



1. Lire sur le repère les coordonnées des points A, B, C, D, E et F.
2. Lire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{EF}$.
3. Le lendemain, il réalise le trajet en sens inverse, de F vers A. Quelles sont les coordonnées des vecteurs successifs de son déplacement ?

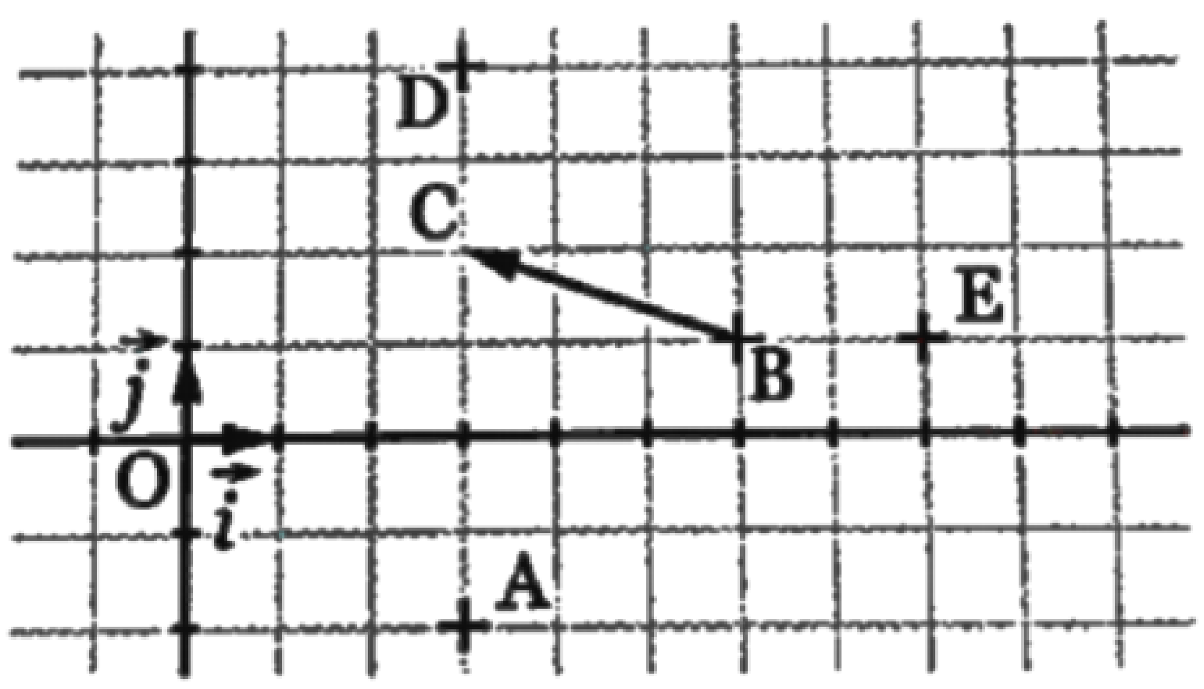
2

Dans chaque cas, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux représentants d'un même vecteur. Calculer les valeurs de x et y.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x-6\\y+9\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}11\\-13\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2x+5\\3-2y\end{pmatrix}$
3. $\vec{u}\begin{pmatrix}-3x-2\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5x-10\\5\end{pmatrix}$

3

On considère les points et les vecteurs suivants dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.



1. Déterminer les coordonnées des objets suivants.
- Le point G tel que $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$.
- Le point H tel que $\overrightarrow{HE}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$.
- Le point M tel que $\overrightarrow{AM}=4\vec{i}+6\vec{j}$.
- Le point N tel que $\overrightarrow{ND}=\overrightarrow{AB}$.
- Le point P tel que $\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{DC}$.

4

On considère quatre points E, F, G et H dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. Indiquer si $EFGH$ est un parallélogramme dans les différents cas.

1. $E(2;-1)$, $F(8;-1)$, $G(10;3)$ et $H(4;3)$
2. $E(1;-1)$, $F(0;2)$, $G(8;-3)$ et $H(7;0)$

5

On considère les points suivants dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$: $A(3;5)$, $C(7;-9)$ et $M(-5;5)$.
P est le point de coordonnées $(5;-2)$.

1. Calculer les coordonnées du point M', symétrique de M par la symétrie de centre P.
2. Vérifier que le point C est l'image du P par la translation de vecteur $\overrightarrow{AP}$. Que peut-on en déduire sur P ?
3. Démontrer que $AMCM'$ est un parallélogramme.

6

On considère dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ les points suivants : $A(0;1)$, $B(-2;8)$, $C(-3;-4)$ et $D(-5;3)$.

1. Calculer les coordonnées de N tel que $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{CD}$.
2. Calculer les coordonnées de M telles que $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB}$.

Que constate-t-on. Était-ce prévisible ?

7

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-4\end{pmatrix}$ un vecteur du plan.

Calculer les coordonnées des vecteurs $-5\vec{u}$ et $-\frac{2}{3}\vec{u}$.

8

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-9\\14\end{pmatrix}$.

1. Recopier et compléter : $-9=\ldots\times-3$ et $14=\ldots\times5$.
2. Qu'en déduit-on pour les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$?

9

Dans chaque cas, calculer le déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\-9\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-8\end{pmatrix}$

10

Soient $A(5;12)$, $B(-3;0)$, $C(-4;-5)$ et $D(2;4)$ quatre points du plan.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.
2. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{CD}$.
3. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont-ils colinéaires ?
4. Qu'en déduit-on pour les droites (AB) et (CD) ?

11 Soient $A(-5\,;-4)$, $B(11\,;4)$ et $C(-1\,;-2)$ trois points du plan.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.

2. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$.

3. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont-ils colinéaires ?

4. Qu'en déduit-on pour les points A, B et C ?

12

Soient $K(-2\,;3)$, $L\left(\frac{5}{2}\,;\frac{4}{3}\right)$, $M\left(-\frac{17}{4}\,;1\right)$ et $N\left(\frac{19}{4}\,;-\frac{7}{3}\right)$ quatre points du plan.

1. Les coordonnées de $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont-elles proportionnelles ?

2. Que peut-on en déduire pour les droites (KL) et (MN) ?

13

Soient $R(-2\,;6)$, $S(7\,;3)$ et $T(-1\,;6)$ trois points dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ et U le point tel que $\overrightarrow{RU}=-\frac{5}{2}\overrightarrow{ST}$.

Déterminer les coordonnées de U.

14

Dans chaque cas, déterminer le nombre réel a tel que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-8\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}a\\25\end{pmatrix}$

2. $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{3}{5}\\\frac{-7}{12}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{-2}{7}\\a\end{pmatrix}$

3. $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\\frac{1}{6}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}a\\\frac{-2}{3}\end{pmatrix}$

4. $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2a+5\\-3a+2\end{pmatrix}$

15

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O.
E est le point tel que $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}$ et F le point tel que $\overrightarrow{CF}=-2\overrightarrow{AB}-\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$.

1. Démontrer, en utilisant la relation de Chasles, que $\overrightarrow{FE}=4\overrightarrow{AB}-\frac{4}{5}\overrightarrow{AD}$.

2. Démontrer de même que $\overrightarrow{FO}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{10}\overrightarrow{AD}$.

3. En déduire que les points F, O et E sont alignés.

16

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$. On considère les points suivants :
$A(2\,;1)$, $B(-2\,;3)$, $C(-1\,;-2)$ et $D(-3\,;-1)$.

1. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

2. Démontrer que le quadrilatère $ABDC$ est un trapèze.

3. Soit E, le point de coordonnées $(3\,;-4)$.

a. Démontrer que les coordonnées du milieu M de $[AB]$ sont $(0\,;2)$.

b. Les points D, C et E sont-ils alignés ? Justifier.

c. Soit F, le point défini par $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
Calculer les coordonnées du point F.

d. Les points M, F et E sont-ils alignés ? Justifier.

17

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O.
E est le point tel que $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}$ et F le point tel que $\overrightarrow{CF}=-2\overrightarrow{AB}-\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$.

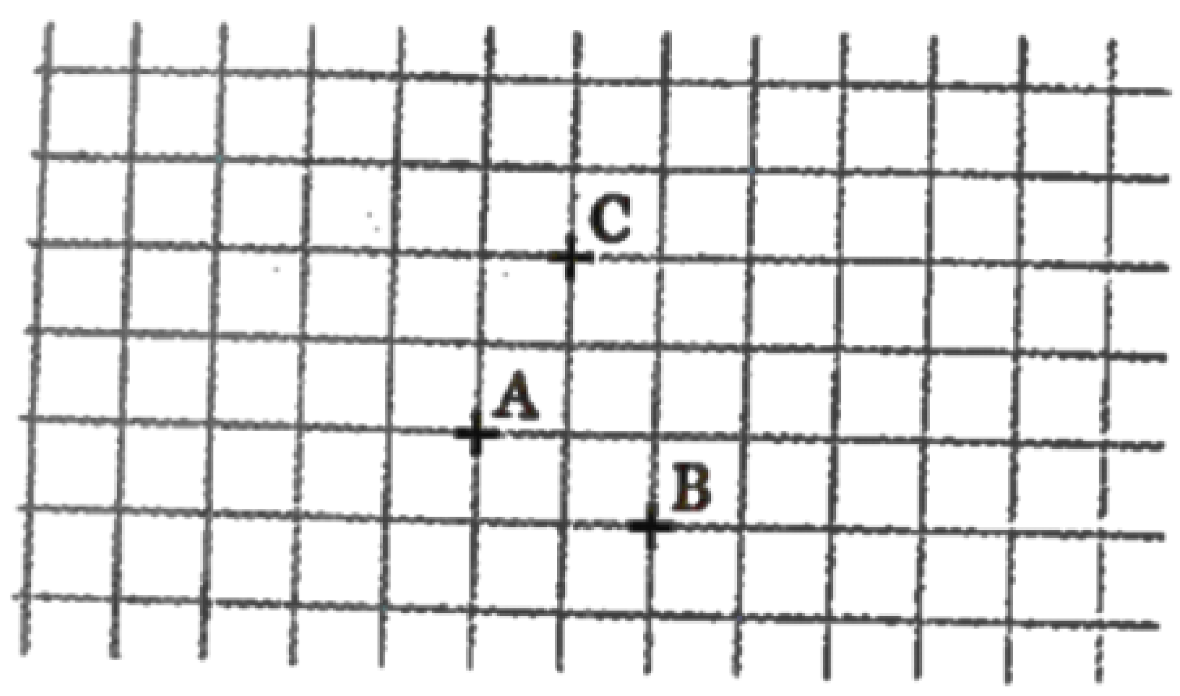
1. Démontrer, en utilisant la relation de Chasles, que $\overrightarrow{FE}=4\overrightarrow{AB}-\frac{4}{5}\overrightarrow{AD}$.

2. Démontrer de même que $\overrightarrow{FO}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{10}\overrightarrow{AD}$.

3. En déduire que les points F, O et E sont alignés.

18

Reproduire la figure ci-dessous.



1. Construire les points E et F tels que :
$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{BC}$.

2. Démontrer que $\overrightarrow{EF}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

3. Que peut-on en déduire à propos des droites (EF) et (BC) ?