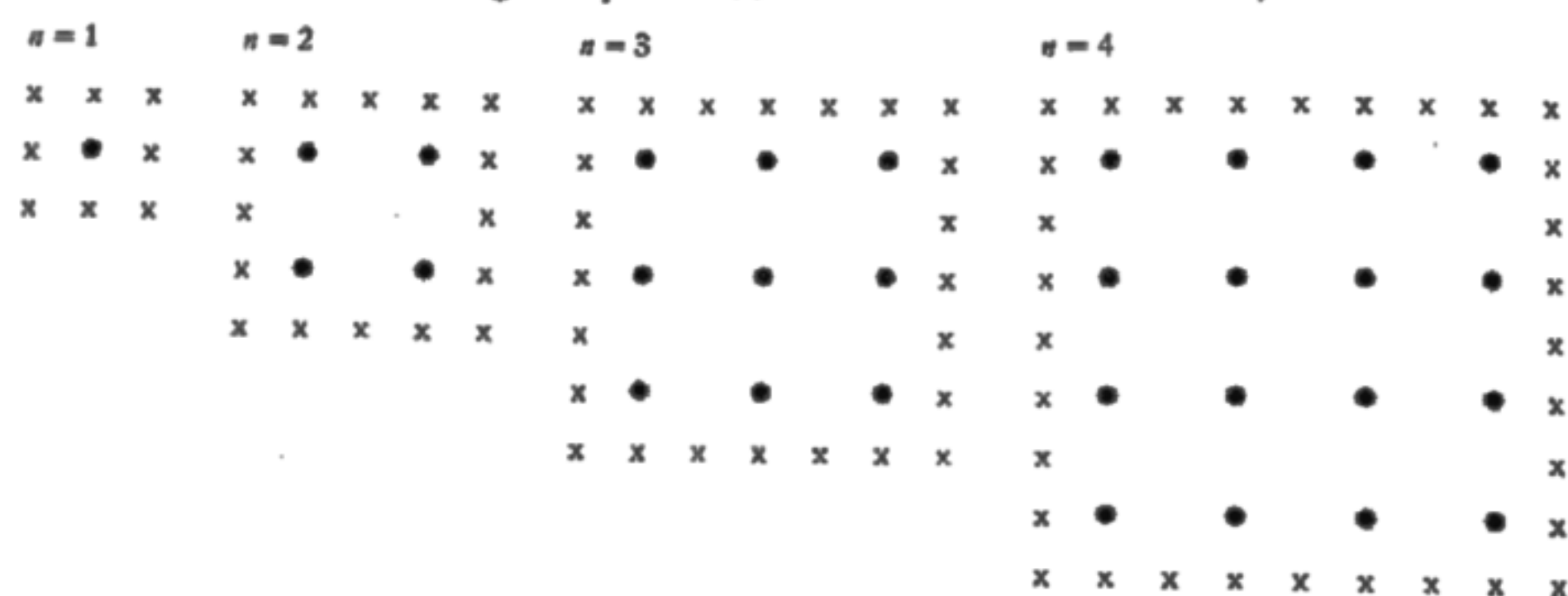


DTL Niveau secondes

Pommiers

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ses arbres contre le vent, il plante des conifères tout autour du verger.

Vous pouvez voir ci-dessous un schéma présentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre n de rangées de pommiers :



Question 1

Complétez le tableau :

n	Nombre de pommiers	Nombre de conifères
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Question 2

Il existe deux expressions que vous pouvez utiliser pour calculer le nombre de pommiers et le nombre de conifères dans cette situation :

$$\text{Nombre de pommiers} = n^2$$

$$\text{Nombre de conifères} = 8n$$

où n est le nombre de rangées de pommiers.

Il existe une valeur de n pour laquelle le nombre de pommiers est égal au nombre de conifères. Trouvez cette valeur de n et expliquez votre méthode pour la calculer.



Question 3

Supposez que le fermier veuille faire un verger beaucoup plus grand, avec de nombreuses rangées d'arbres. Lorsque le fermier agrandit le verger, qu'est-ce qui va augmenter le plus vite : le nombre de pommiers ou le nombre de conifères ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

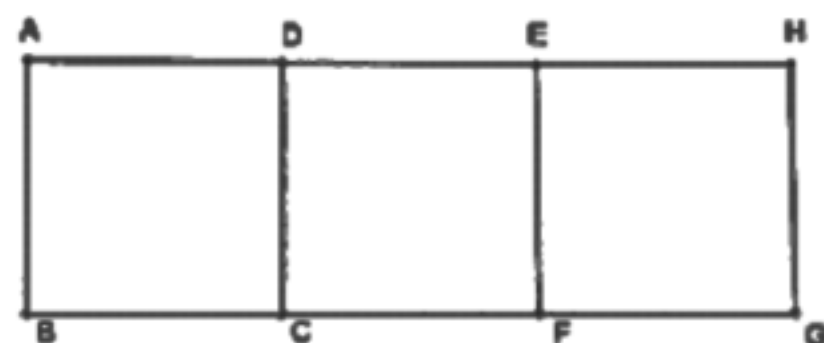
Trois carrés

Soit les trois carrés accolés ci-contre : le carré direct ABCD, le carré indirect CDEF et le carré direct EFGH.

1. Reconstruire cette figure.

2. Placer le point I milieu du segment [BD] et J le point d'intersection des droites (BH) et (CD).

Les points I, J et F « semblent » alignés. On va déterminer par le calcul s'ils le sont ou pas.



3. Montrer que : $CJ = \frac{1}{3} CD$.

4. Choisir un repère judicieux (d'origine B(0; 0)) et donner les coordonnées de tous les points de la figure. (On ne justifiera pas sauf pour les points I et J).

5. En déduire alors par un simple calcul si les points I, J et F sont alignés.

6. En déduire que la droite (BH) coupe le segment [DF] en son milieu.

Quelques (!) mises en équation(s) et autres fariboles

1. Richard possède une certaine somme d'argent. Il envisage d'en dépenser les $\frac{2}{3}$ pour acheter un album de timbres, et d'en encaisser le quart en revendant ses timbres en double. Il lui restera alors 210 €. Combien possède-t-il ?

2. Un transporteur a livré 144 caisses, toutes identiques, et 23 fûts tous de même masse, en trois voyages. Le premier chargement de 56 caisses et de 4 fûts atteignait 3480 kg. Le second de 40 caisses et 7 fûts pesait 4350 kg. Quelle était la masse du dernier chargement ?

3. Problème hellène

« - Ô noble Pythagore, descendant des Muses de l'Hélicon ! Dis-moi combien il y a de jeunes gens sur la place de la Science, prêts à lutter pour le prix ?

- Je te le dirai, Ô Polycrate ! Vois : la moitié travaille à la subtile Mathématique ; le quart, au contraire, se livre à l'étude de la Nature, l'Éternelle ; tandis que le septième garde le silence absolu, conservant la science en son cœur. Joins-y trois femmes pour lesquelles Théano brille d'un éclat spécial, et tu auras le nombre de prêtres que je destine aux Muses. »

Aider Polycrate à calculer le nombre de personnes se trouvant sur la place de la Science.

4. Un âne porte 15 sacs de sel et 2 kg d'olives. Un mulet porte 2 sacs de sel et 41 kg d'olives. L'âne souffle fort ! « De quoi te plains-tu ? » dit le mulet, « nous portons la même charge »

Quelle est la masse, en kilogrammes, d'un sac de sel ?

5. Un astronaute en mission sur la Lune a posé son vaisseau spatial dans une grande plaine, la Mer de la Tranquillité. Debout sur le sol, il mesure, à l'aide d'un rayon laser, la distance qui le sépare de la pierre la plus lointaine qu'il puisse apercevoir à l'horizon. Il trouve 2395 mètres. Le pied de l'instrument mesure 1,65 mètres. Calculer le rayon de la Lune à un kilomètre près.

6. Une ficelle de 81 cm est fixée à deux clous A et B distants de 45 cm. On tend la ficelle jusqu'à un point C tel que ABC est un triangle rectangle en A. Calculer alors les longueurs AC et BC.

7. La moyenne de six notes est 4. On ajoute une note et la moyenne devient 5. Quelle est cette septième note ?

8. Peut-on trouver trois nombres entiers naturels consécutifs dont la somme vaut 1993 ?

9. Dans un triangle équilatéral ABC, déterminez le côté pour que la hauteur AH mesure 7 cm.

10. David et Fabrice ont respectivement 15 ans et 5 ans. Dans combien d'années l'âge de David sera-t-il le double de celui de Fabrice ? Dans combien d'années sera-t-il le triple ? Dans combien d'années sera-t-il 6 fois plus grand ?

11. Un père à 27 ans de plus que son fils. Dans 6 ans, son âge sera le double de celui de son fils. Quels sont les âges du père et du fils ?

12. Une femme de 57 ans a trois enfants âgés de 8, 10 et 13 ans. Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

13. Pierre dit à Yves : « J'ai 5 fois l'âge que tu avais quand j'avais l'âge que tu as ». Yves lui répond : « Quand tu auras 5 fois l'âge que j'ai, la somme de nos âges sera 84 ans ». Quel est l'âge de Pierre ?

14. Quand le père avait l'âge du fils, le fils avait 10 ans. Quand le fils aura l'âge du père, le père aura 70 ans. Quels sont leurs âges respectifs ?

15. Si on augmente de 3 mètres la longueur du côté d'un carré, l'aire augmente de 45 m². Quelle est l'aire de ce carré ?

16. On dispose des jetons en carré : il en reste 12. Si on ajoute 1 jeton par côté, il en manque 1. Combien a-t-on de jetons ?

17. Mathieu possède un terrain carré. Une grande allée de largeur constante, d'une superficie de 464 m², le borde intérieurement. Lorsqu'il fait le tour de son terrain, il remarque une différence de 32 m entre le parcours effectué au bord intérieur de l'allée et celui correspondant au bord extérieur. Quelle est la superficie totale du terrain ?

18. On augmente la longueur d'un rectangle de 10 % et on diminue sa largeur de 10 %. Que devient son aire ?

19. Trouver les nombres entiers qui sont à la fois des carrés et des cubes comme 64 (64 = 8² = 4³).

20. On augmente de 30 % la longueur et la largeur d'un rectangle. Que devient son aire ?

21. Mon petit frère m'affirme que si on augmente le rayon d'un cercle de 100 % alors son aire augmente d'environ 314 %. Je ne suis pas d'accord avec lui et je lui affirme que l'aire du cercle augmente de 200 %. Qui a raison ?

22. De quel pourcentage faut-il augmenter la longueur des côtés d'un rectangle pour que son aire soit augmentée de 44 % ?

23. On a un rectangle de côtés 2 et 5. Dessiner un rectangle dont l'aire soit 50 % plus grande que celle-ci.

24. On a un rectangle de côtés 2 et 6. Dessiner un rectangle dont l'aire soit 5 fois plus grande.

25. L'an dernier les affaires de l'entreprise MATHS.S.A.net étaient peu brillantes et la prime annuelle des employés a été diminuée de 50 %. Cette année tout va mieux et le patron annonce une augmentation de la prime de 50 %. Qu'en pensez-vous ?

26. Jean a bu un quart d'un litre de jus d'orange que sa maman vient de préparer. Pour que cela ne se voie pas, il a remplacé le jus qu'il a bu par de l'eau... Peu après son petit frère opère de la même manière. Quelle est la proportion d'eau dans le dernier mélange ?

27. Je te donne un tiers de la tarte, mais tu trouves le morceau trop grand et tu me rends le quart de ce que je t'ai donné. Quelle partie de la tarte me reste-t-il ?

28. Un étang de jardin contient 100 poissons ; 100% d'entre eux sont rouges. La moitié des poissons sont retirés. Quelle est alors la proportion de poissons rouges dans l'étang ?

29. Pour faire un bon café ch'ti, il faut utiliser, paraît-il, 1 mesure de chicorée pour 3 mesures de café. Quel est le pourcentage de chicorée dans la mouture ainsi préparée ?

30. Philippe a acheté 24 bouteilles de jus d'orange. Grâce à un marchandage, Mathilde a obtenu une réduction de 0,1 euro par bouteille ; elle a pu ainsi acheter pour le même prix 2 bouteilles de plus que Philippe. Quel est le prix initial d'une bouteille ?

31. Une paire de chaussures, qui coûtait initialement 100 euros, a subi une première augmentation de 60 %. Une seconde augmentation a ensuite amené le prix au double du prix initial. Quel est le taux de cette seconde augmentation ?

32. Si b vaut 50 % de plus que a , si c vaut un tiers de plus que b et si d vaut x % de moins que c , que doit valoir x pour que a et d aient la même valeur ?

33. Si je dors 8 heures par nuit pendant la semaine et 11 heures et demie durant chacune des deux nuits du week-end, quel pourcentage de mon temps est consacré à dormir ?

34. Je veux représenter ma chambre graphiquement par un rectangle ayant la plus grande aire possible. Le sol de ma chambre mesure 3 m sur 4 m tandis que, sur ma feuille de papier, la surface disponible est un rectangle de 36 cm sur 24 cm. À quelle échelle dois-je travailler ?

35. La somme de deux nombres est 300. De combien augmente leur produit quand chaque nombre augmente de 7 ?

36. En pliant une feuille de papier en deux parties égales dans le sens de la longueur on obtient un rectangle de périmètre 48 cm. Si on la plie dans le sens de la largeur on obtient un rectangle de périmètre 30 cm. Quelles sont les dimensions de la feuille ?

37. Trouver deux nombres entiers a et b non nuls tels que $28a = b^2$.

38. À Lyon le funiculaire monte de Saint-Jean à Fourvière à la moyenne de 14 km/h. À quelle vitesse devrait-il descendre pour que sa moyenne sur l'ensemble du parcours soit 28 km/h ?

39. Lorsque je fais couler l'eau chaude je mets 30 mn pour remplir la baignoire. Lorsque je fais couler l'eau froide je mets 20 mn. Combien de temps mets-je avec les deux robinets ouverts simultanément ?

40. En fin de trimestre le professeur vérifie avec ses élèves leurs notes de DS et de DM. Un élève s'aperçoit qu'il lui manque 2 notes mais calcule sa moyenne quand même. Le lendemain le professeur les lui donne, l'élève dit : ça me fait la même moyenne de DS et la même moyenne de DM. Doit-il recalculer sa moyenne générale ?

Q1. Complete this table of values for $y = -2x + 3$

x	-2	0	3
y			

Plot these points on graph paper and hence draw the graph of $y = -2x + 3$. Use your graph to find:

- a. the value of y when $x = 5$;
- b. the value of y when $x = -4$;
- c. the value of x when $y = -13$;
- d. the value of x when $y = 7$.

Q2. Complete the following table for the line $y = 3x - 1$:

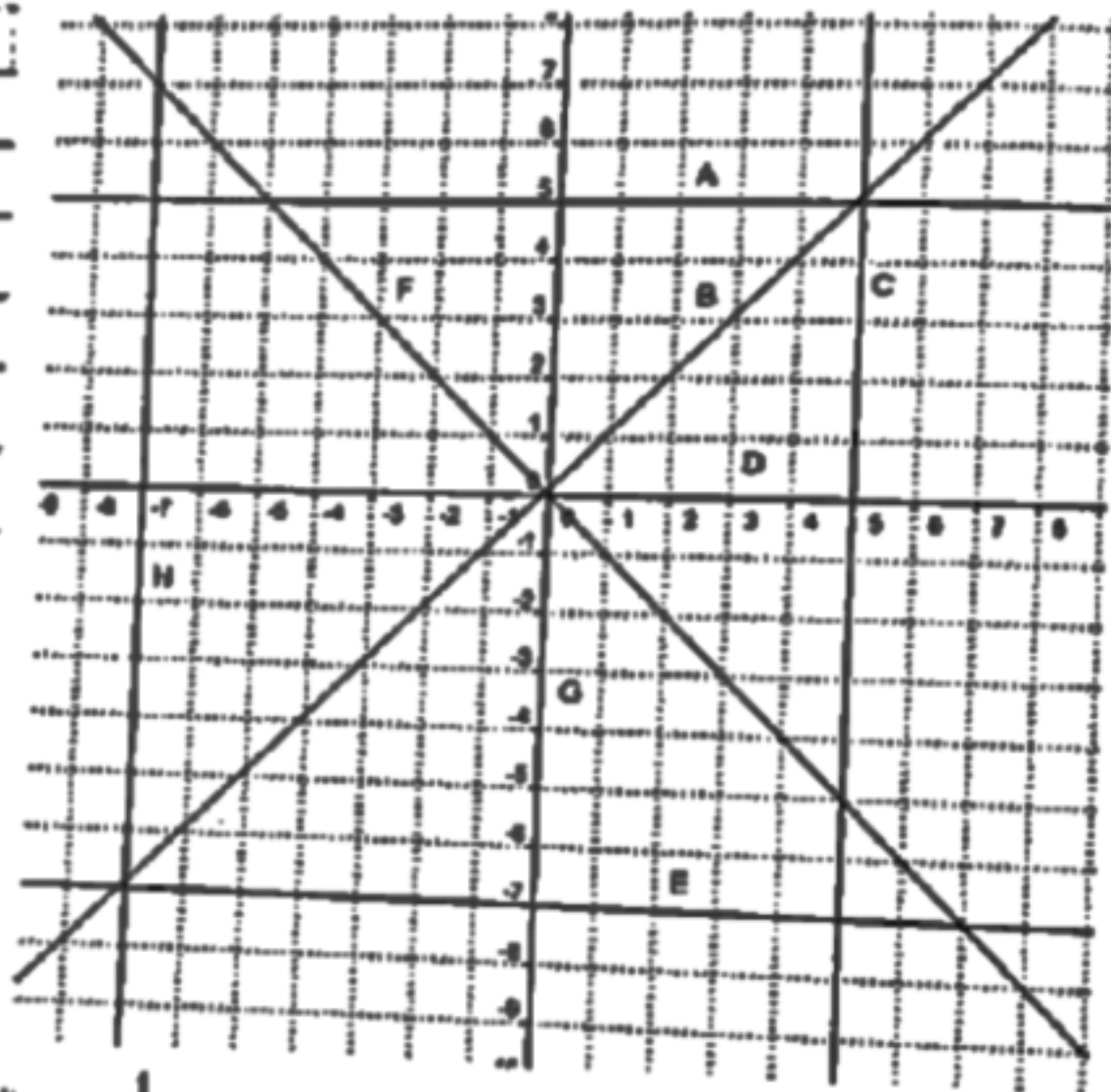
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
3x									
y									

Plot these points on graph paper and hence draw the graph of $y = 3x - 1$. Use a scale of 1 cm for 2 units on the y-axis and 2 cm for 1 unit on the x-axis.

Don't get confused if you've got $x + y = \dots$, just rearrange the equation to $y = \dots$ and as if by magic, you have got a line you recognise.

Q3. Which letters represent the following lines:

Line	Letter
a. $x = y$	
b. $x = 5$	
c. $y = -x$	
d. $x = 0$	
e. $y = -7$	
f. $x + y = 0$	
g. $y = 5$	
h. $x - y = 0$	
i. $y = 0$	
j. $x + 7 = 0$	
k. $y - x = x + y$	



Q4. Complete the following table for the line $y = \frac{1}{2}x - 3$

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
$\frac{1}{2}x$							
y							

Plot these points on graph paper and hence draw the graph of $y = \frac{1}{2}x - 3$.

If you know it's a straight line, you only need two points, but it's always a good idea to plot three, it's a bit of safety net, really.

Q5. For each of the following lines, give the gradient (la pente) and the coordinates of the point A where the line cuts the y-axis.

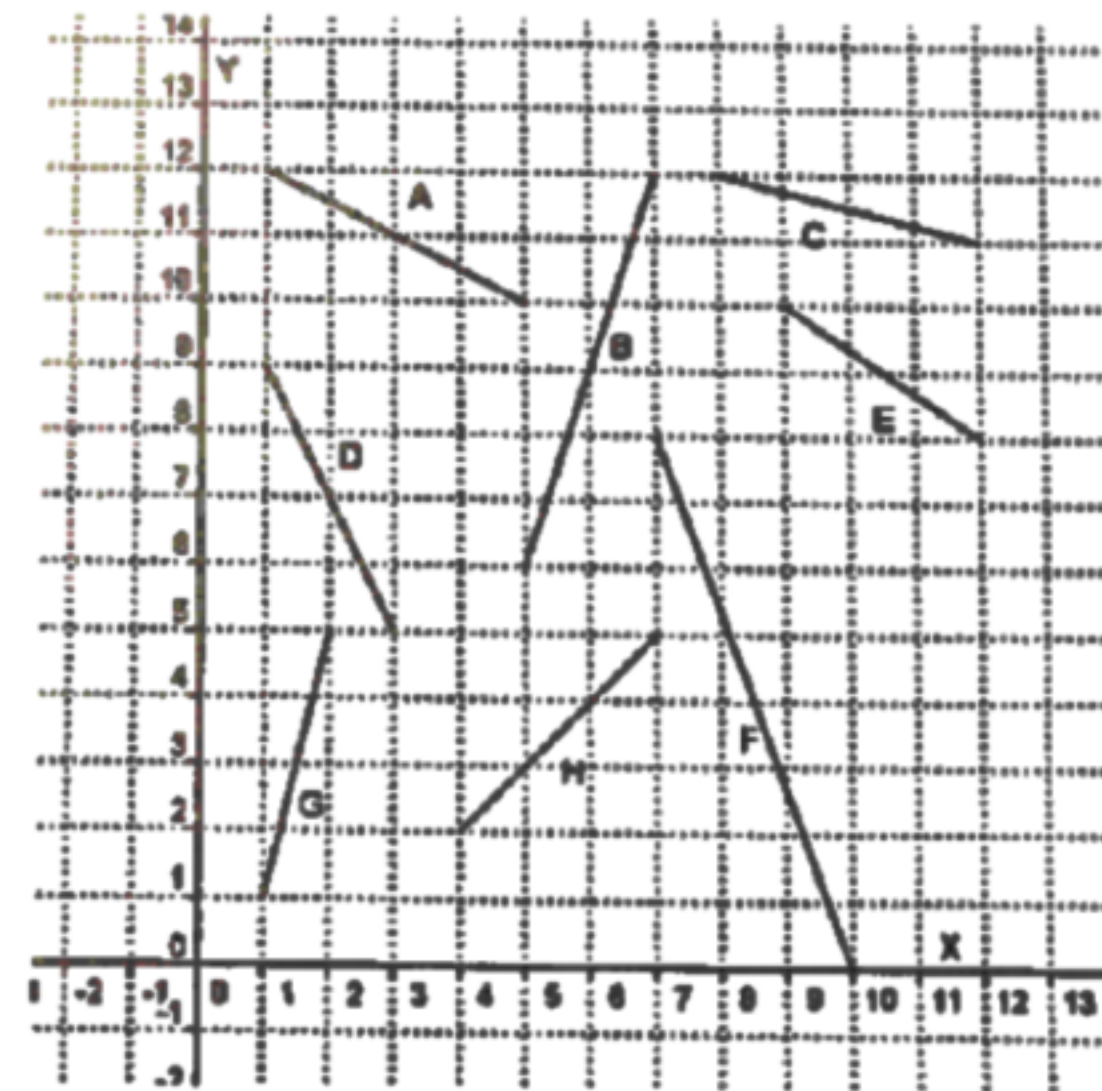
line	gradient	point A	line	gradient	point A
$y = 4x + 3$			$y + 4 = -2.5x$		
$y = -3x + 3$			$3y + 4x - 7 = 0$		
$y = -\frac{1}{2}x + 4$			$y = -5x$		
$x - 3 = y$			$x = \frac{1}{2}y + 4$		
$y - 2x - 4 = 0$			$x + 2 = 0$		

Q6. What is the gradient and the equation of the lines joining the points:

points	gradient	line	points	gradient	line
(3, 5) and (5, 9)			(8, 5) and (6, 4)		
(6, 3) and (10, 5)			(-3, -1) and (1, -4)		
(-6, 4) and (-3, 1)			(0.3, 5.2) and (0.5, 9.1)		
(8, 2) and (4, 10)			(1.5, -2) and (-0.5, 0.8)		

Q7. What is the gradient of:

Line	Gradient
a. line A	
b. line B	
c. line C	
d. line D	
e. line E	
f. line F	
g. line G	
h. line H	
i. a line parallel to A	
j. a line parallel to B	
k. a line parallel to C	



Q8. The cost of electricity is calculated using the formula:

$$\text{Total cost} = \text{Fixed charge} + (\text{cost per unit} \times \text{number of units}).$$

Customers can choose two different methods of payment:

Method A: Fixed charge £10, cost per unit 25p

Method B: Fixed charge £40, cost per unit 5p

Complete this table

Number of units used	0	100	200	300
Cost using method A				
Cost using method B				

Plot these points on a graph (put the number of units on the horizontal axis, cost on the vertical axis).

- a. Use your graph to find the total cost when 70 units are used for method A: method B:
- b. Miss Wright used 120 units. Which method should she use to minimize her bill, method A or method B?
- c. Mr Jones and Mrs Green both used exactly the same number of units and paid same amount. Mr Jones used method A, Mrs Green used method B. How many units did they each use?

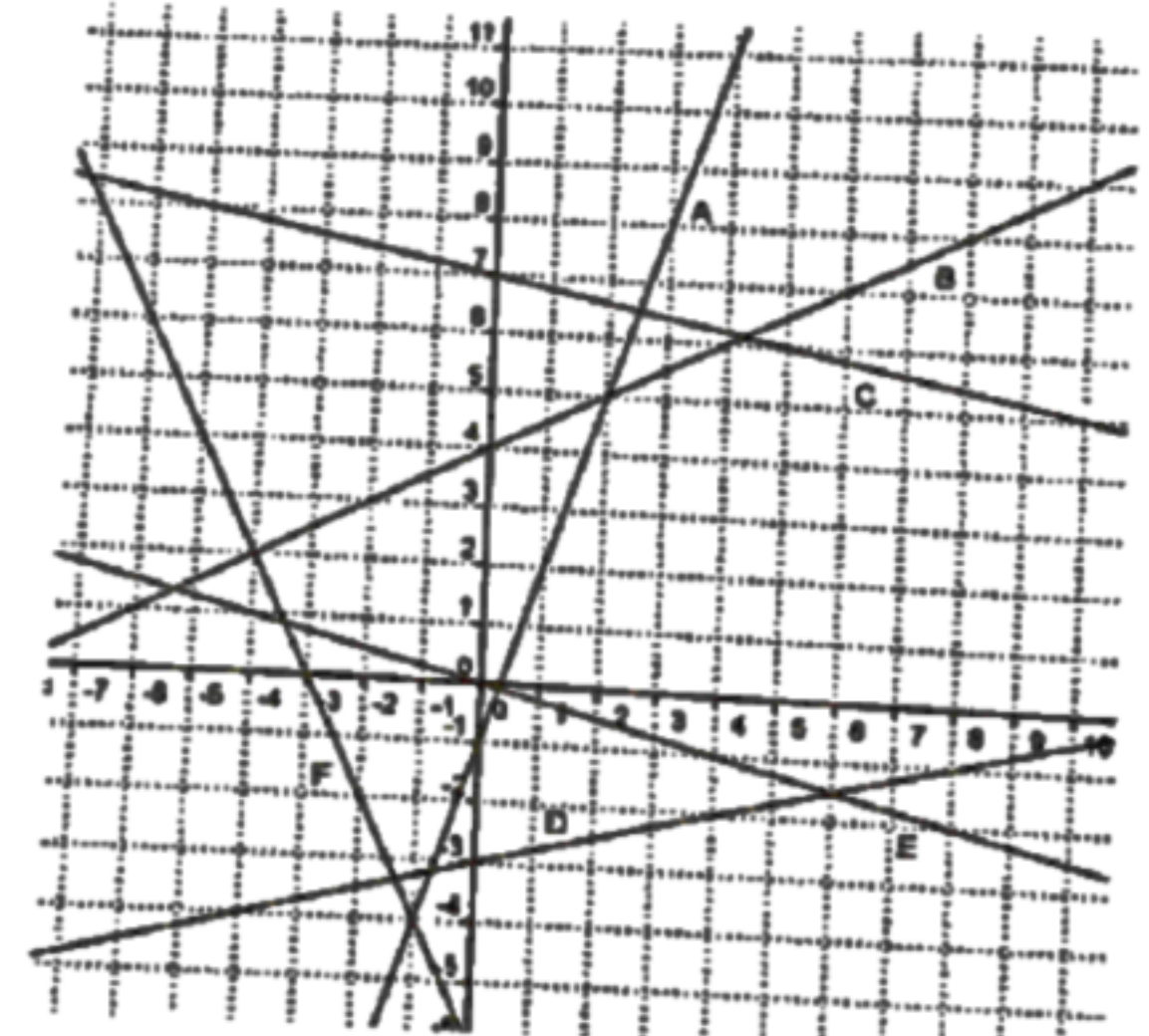
Q9. Which of the following points lie on the line $y = 3x - 1$: (7, 20); (6, 15); (5, 14).

Q10. A farmer has a choice of buying 6 sheep and 5 pigs for £430 or 4 sheep and 10 pigs for £500 at auction.

- a. If sheep cost £x and pigs cost £y, write down his two choices as a pair of simultaneous equations.
- b. Solve for x and y.

Q11. Find the equation of the following lines:

Line	Equation
a. line A	
b. line B	
c. line C	
d. line D	
e. line E	
f. line F	



Yeah, OK, this sounds a bit scary, but just work out the gradient (m) and look at the y-intercept (p) and pop them back into $y = mx + p$... easy lemons.

Q12. The cost of hiring a car is £28 per day plus 25p per mile.

a. Find the cost of hiring the car for a day and travelling:

1. 40 miles	2. 80 miles
-------------	-------------

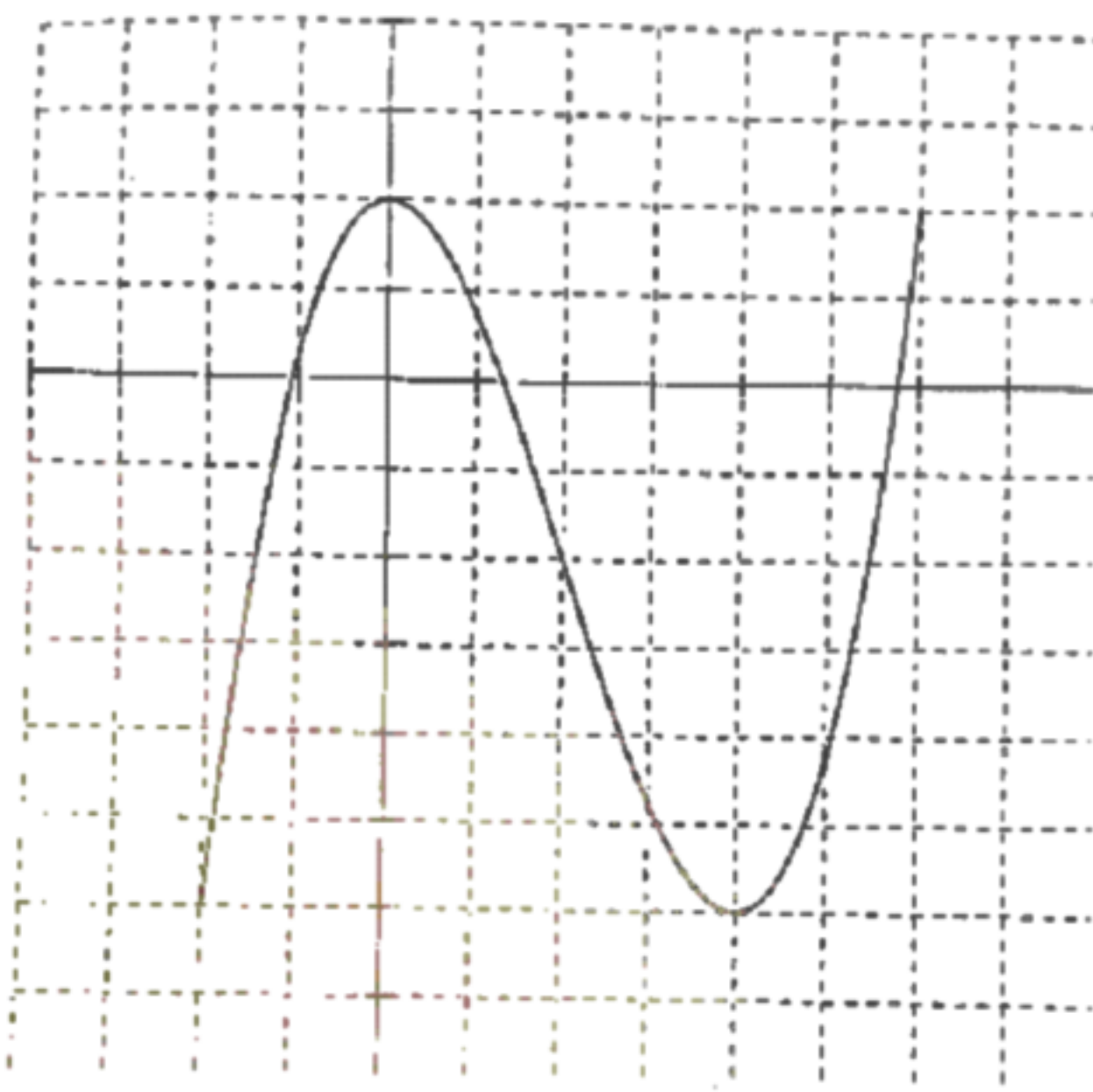
b. Write down a formula to give the cost of hiring a car (£c) for one day and travelling n miles.

c. Rearrange the formula to make n the subject.

d. How many miles can you travel, during one day, if you have a budget of:

1. £34	2. £50	3. £56.50
--------	--------	-----------

Courbe inconnue



Cette courbe est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Décrire les variations de f sous forme d'un tableau de variations.
- Déterminer graphiquement une valeur approchée des solutions de l'équation $f(x) = 1$ puis toujours graphiquement une valeur approchée de l'image de 2.
- Tracer sur la même figure la représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = x - 2$.
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$.

6. Ernest Guevara, élève appliqué bien qu'un peu dissipé, se demande s'il ne pourrait pas trouver une expression de f ; il tient le raisonnement suivant :

« la courbe coupe l'axe (Ox) en $-1, 1,3$ et $5,8$; on doit donc pouvoir mettre f sous la forme

$$f(x) = (x+1)(x-1,3)(x-5,8) ».$$

a. Que pensez-vous de ce raisonnement : il est tout à fait juste, à peu près juste, presque faux, complètement nul... ?

b. En traçant l'expression de f donnée par Ernest G. sur la représentation précédente pouvez-vous dire que cette écriture de f permet de retrouver algébriquement le signe de f ? Quel autre moyen de contrôle avez-vous ?

c. Déterminez par le calcul le signe de $F(x) = (x+1)(x-1,3)(x-5,8)$.

Plus basique tu meurs...

Soit la fonction f définie sur $[-4; 8]$ par

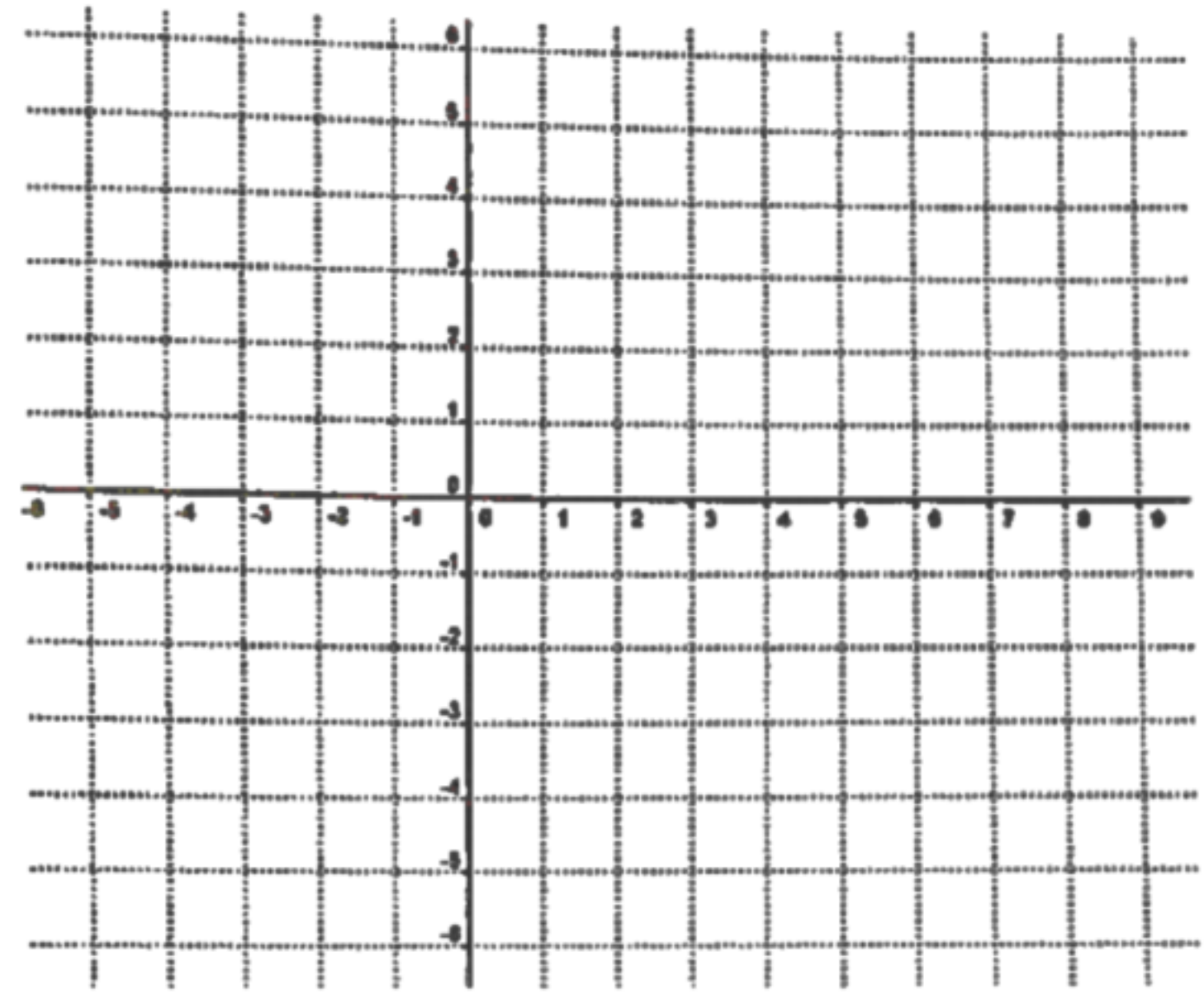
$$f(x) = -0,2x^2 + x + 2.$$

1. Tracez ci-contre sa représentation graphique (C).

2. Dressez le tableau de variations de f (page suivante).

Précisez les coordonnées de son maximum à 10^{-2} près.

Déterminez graphiquement son signe.



x	-4	8
$f(x)$		
Signe		

3. Complétez la table de valeurs suivante à 10^{-1} près.

x	-4	-3	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$f(x)$											
x	5	5,5	6	6,2	6,4	6,5	6,6	6,8	7	7,5	8
$f(x)$											

4. Sur la figure indiquez en rouge les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 0$ puis celles pour lesquelles $f(x) = -2$.

5. Donnez une valeur approchée des valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 0$ à 10^{-3} près.

6. a. Tracez sur la figure la droite (d) d'équation $y = -0,5x + 3$.

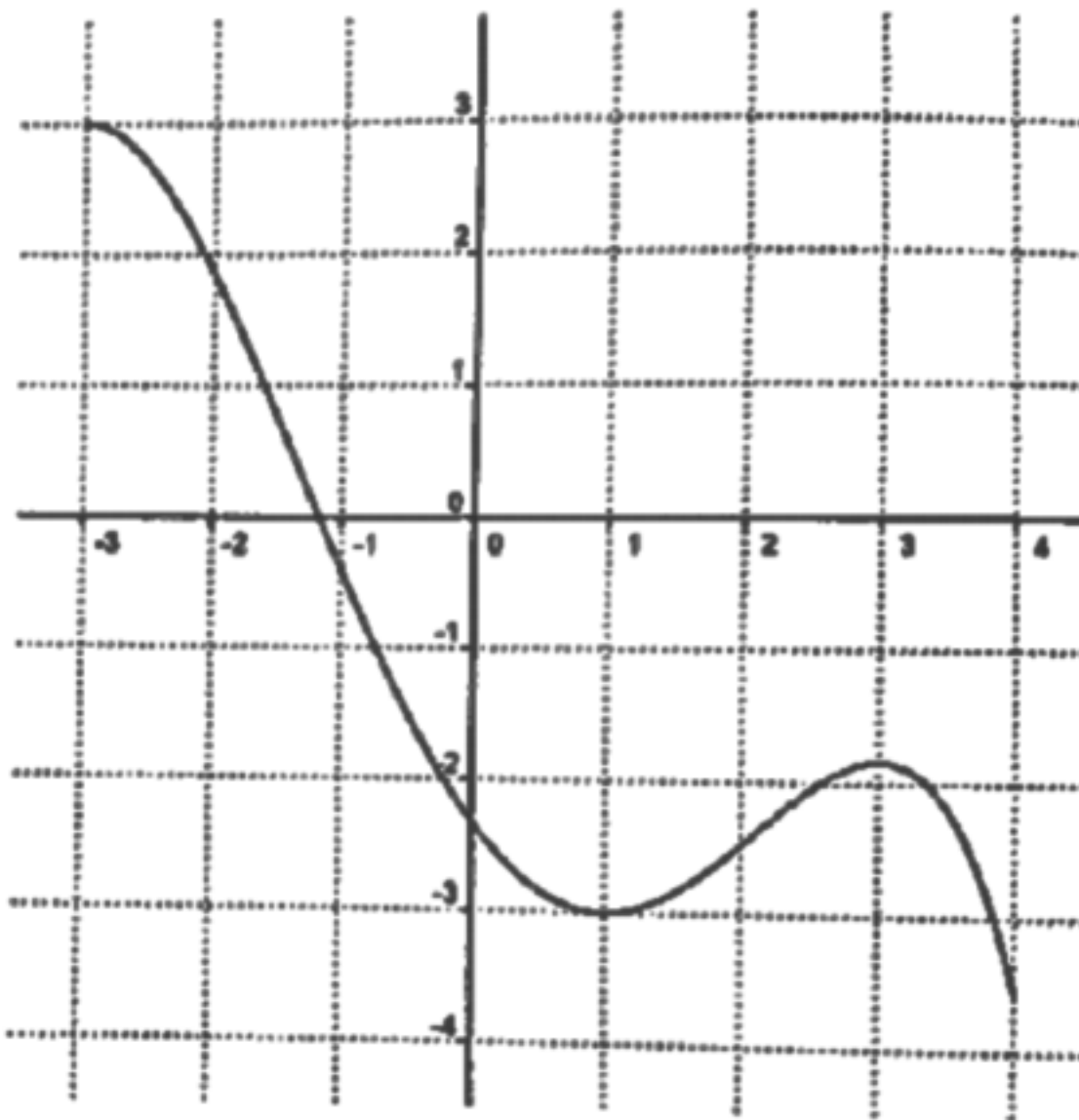
b. Déterminez graphiquement les coordonnées des points d'intersection de (C) et (d).

c. Déterminez graphiquement puis avec le zoom de votre calculatrice les valeurs de x pour lesquelles (C) est au-dessus de (d).

Lecture graphique very of base

Le graphique ci-contre représente la courbe d'une fonction f sur l'intervalle $[-3; 4]$.

- Dresser le tableau de variations de f sur $[-3; 4]$.
- Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .
- Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse :
 - f est négative sur $]-2; 1[$.
 - Si on a pour deux nombres a et b tels que $-2 \leq a \leq b \leq 0$ alors $-3 \leq f(b) \leq f(a) \leq 3$.
- L'équation $f(x) = -2$ a 4 solutions sur $[-3; 4]$.
- On a $f(-3) < f(3)$ car f est croissante sur l'intervalle $[-3; 3]$.



La feuille de papier

Soit $ABCD$, une feuille de papier rectangulaire de largeur $AB = 4$ et de longueur $BC = 6$.

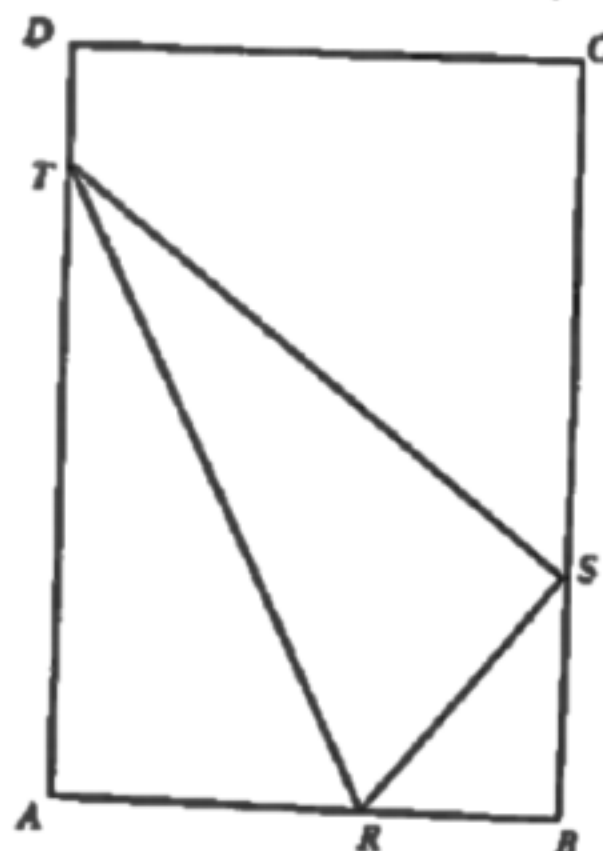
Soit R un point de $[AB]$ (bord inférieur de la feuille) et T un point de $[AD]$ (bord gauche de la feuille).

On replie la feuille suivant le segment $[RT]$ et on appelle S la nouvelle position du point A (coin inférieur gauche de la feuille).

Dans tout l'exercice on s'intéresse, comme dans la figure ci-contre, au cas où S est sur le segment $[BC]$ (bord droit de la feuille).

On pose $AR = x, AT = y$.

- Trouver les valeurs minimale et maximale de x .
- Trouver une relation entre x et y lorsque S se déplace sur $[BC]$.
- Trouver la valeur de x pour laquelle l'aire de la partie repliée (triangle SRT) est minimale.
- Quelle est alors la nature du triangle AST ?



Quadratic (GCSE)

1. The average safe braking distance, d yds (yards), for vehicles is given by the equation $d = \frac{v^2}{50} + \frac{v}{3}$ where v is the speed of the vehicle in mph (miles per hour).

- Draw up a table of values for d . Let v take values from 0 to 80 in steps of 10.
- Draw the graph of $d(v)$ using v as the horizontal axis.
- Use your graph to find the safe braking distance when the vehicle is travelling at :
 - 15 mph
 - 45 mph
 - 75 mph.

d. A driver suddenly sees an obstruction 50 yards ahead. She just stops in time. How fast was she travelling when she first saw it ?

2. Amelia has a piece of pipe 40 cm long. She bends it into a rectangle of length x cm.

- Show that the area of the rectangle is given by the equation $A = 20x - x^2$.
- Draw up a table and draw the graph of A for values of x from 0 to 20.
- Use your graph to find :
 - the area when $x = 3.6$ cm,
 - the length and breadth of the rectangle when the area is 98 cm^2 ,
 - the maximum area of the rectangle,
 - the equation of the line of symmetry on the graph,
 - the dimensions of the rectangle which has the maximum area.

3. Sam, the human cannonball, is fired from a gun to land on a platform 40 m high. The equation of his path is given by $h = x - \frac{x^2}{360}$, where x is the horizontal distance in metres.

a. Complete a table of values for h and x , for values of x from 0 to 60.

Même (€)

ABC est un triangle quelconque. I est un point du segment $[AC]$.

Déterminer puis construire le ou les points J de $[BC]$ tels que la droite (IJ) partage le triangle en deux parties de même aire.