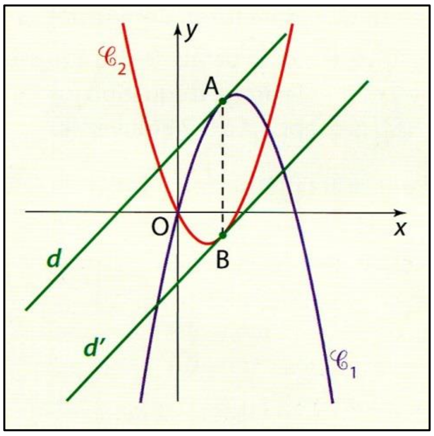
DTL Nombre dérivé

1) Find the equation of the tangents to $y=x^2+x$ that pass trought the point A(1;1). **Be careful. Use a graph !**

2) On a tracé les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur ℝ par :
$f(x)=-x^2+8x$
$g(x)=x^2-4x$



La droite d est tangente en A à $\mathcal{C}_1$
La droite d' est tangente en B à $\mathcal{C}_2$
Les droites d et d' sont parallèles.
Quelle est l'abscisse commune des points A et B ?

3) Portrait-Robot. On recherche deux fonctions f définies sur [-2 ;5]. Les représenter dans un repère orthonormé d'unité 2cm sachant que $f(-2)=4, f(0)=1, f(3)=-1, f(5)=0, f'(0)=-2$ et $f'(3)=0$.

4), 5) et 6)

69 [Communiquer.]

On considère la fonction f définie par $f(x)=x^2-x-20$ et dérivable sur ℝ et la droite d d'équation $y=3x+1$.
La courbe représentative de f admet-elle des tangentes parallèles à la droite d ? Si oui, préciser en quel(s) point(s).

70 [Communiquer.]

On considère la fonction f définie par $f(x)=x^3-4x$ et dérivable sur ℝ et la droite d d'équation $y=-x+1$.
Démontrer que la courbe représentative de f admet exactement deux tangentes parallèles à la droite d en des points que l'on déterminera.

72 [Raisonner.]

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On dit que la fonction carré f est convexe, car sa courbe représentative C_f est au-dessus de toutes ses tangentes.

1. Illustrer cette propriété à l'aide d'une figure.

2. Soit A un point de C_f d'abscisse a. On note T_a la tangente à C_f au point A.

a. Démontrer, à l'aide du taux de variation, que $f'(a)=2a$.

b. Donner l'équation réduite de T_a en fonction de

c. À l'aide d'une étude de signe, déterminer la position relative de C_f et T_a sur ℝ.

7) Donner les réglages de votre calculatrice permettant d'afficher correctement la courbe d'équation $y=3x^4-680x^3+360\,000x^2+3\,460\,000$. Puis la dessiner dans un repère adapté.

8) Existe-t-il des tangentes communes aux courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ d'équations respectives $y=-1+x^2$ et $=\frac{1}{x}$.

9) On cherche à déterminer s'il existe une parabole ayant les trois droites suivantes comme tangentes : $d: y=x$, $d': y=-5x+3$, $d'': y=7x-9$.

Si cette parabole existe, alors elle est de la forme $f(x)=ax^2+bx+c$ où $a\neq 0$, b et c sont des réels à déterminer.

10) Un petit exo en vitesse (N'hésitez pas à le choisir !)

Un point M se déplace sur une droite munie d'un repère (O;I). Sa position à l'instant t est notée $x = f(t)$, où f est une fonction dérivable en t_0 , appelée loi horaire de M.

On appelle vitesse instantanée du mobile M à l'instant t_0 le nombre dérivé de f en t_0 : $f'(t_0)$.

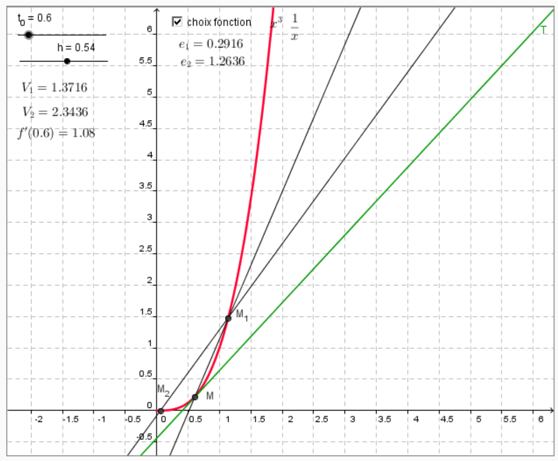
Il est possible de calculer des valeurs approchées de cette vitesse avec une vitesse moyenne. Plusieurs calculs sont possibles. On en choisit deux :

- $V_1(t_0; h) = \frac{f(t_0+h)-f(t_0-h)}{2h}$, avec h proche de 0
- $V_2(t_0; h) = \frac{f(t_0+h)-f(t_0)}{h}$, avec h proche de 0

On mesure les écarts entre la vitesse instantanée $f'(t_0)$ et les deux vitesses moyennes :

- $e_1(t_0; h) = V_1(t_0\,; h) - f'(t_0)$
- $e_2(t_0; h) = V_2(t_0\,; h) - f'(t_0)$

Si l'on représente graphiquement x en fonction de t , V_1 est le coefficient directeur de la droite (MM_1) et V_2 est le coefficient directeur de la droite (M_2M_1).



1. On donne la loi horaire: $f(t) = t^3$.

a. Calculer $f'(t_0)$, $V_1(t_0\,; h)$ et $V_2(t_0\,; h)$.
b. Calculer $e_1(t_0; h)$ et $e_2(t_0; h)$.
c. On se place à l'instant $t_0 = 1$, calculer $e_1(1; h)$ et. $e_2(1; h)$
d. Démontrer que pour tout $h \in]-0{,}1; 0{,}1[$, on a $\left|\frac{e_1(1;h)}{e_2(1;h)}\right|<1$
e. Conclure sur le résultat précédent.

2. On donne la loi horaire: $f(t) = \frac{1}{t}$ sur l'intervalle $]0; +\infty[$

a. Calculer $f'(t_0)$, $V_1(t_0\,; h)$ et $V_2(t_0\,; h)$.
b. Calculer $e_1(t_0; h)$ et $e_2(t_0; h)$ et $\frac{e_1(t_0;h)}{e_2(t_0;h)}$
c. Déterminer le nombre réel strictement positif ϵ tel que pour tout $h \in]-\epsilon; \epsilon[$, on a $\left|\frac{e_1(t_0;h)}{e_2(t_0;h)}\right|<1$.

d. Conclure sur le résultat précédent.